

入学試験過去問題

数 学

横浜国立大学（理系）

対象年度：2026 年

試験時間：150 分

問題数：5 問

第 1 問

次の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x) = e^x \sin x$, $g(x) = e^x \cos x$ をそれぞれ微分せよ。

(2) 次の定積分を求めよ。

$$\int_0^{\pi} x e^x \sin x \, dx$$

第 2 問

1 回まわすごとに, $1, 2, 3, \dots, 10$ のうち, 1 つの数字を出すルーレット A, B がある。
この 2 つのルーレットでは, どの数字も出る確率は $\frac{1}{10}$ である。A と B を 5 回ずつまわし, 出た数字に応じて, 数列 $a_0, a_1, \dots, a_5$ と $b_0, b_1, \dots, b_5$ を次の条件 (i), (ii), (iii) により定める。

(i) $a_0 = 0, b_0 = 0$

(ii) $n = 1, 2, 3, 4, 5$ に対して, A で n 回目に出た数字を A_n とすると,

$$a_n = \begin{cases} a_{n-1} + 2 & (A_n \text{ が } 5 \text{ の倍数でなく, } a_{n-1} \leq 3 \text{ であるとき}) \\ a_{n-1} + 1 & (A_n \text{ が } 5 \text{ の倍数であり, } a_{n-1} \leq 4 \text{ であるとき}) \\ a_{n-1} & (\text{それ以外のとき}) \end{cases}$$

(iii) $n = 1, 2, 3, 4, 5$ に対して, B で n 回目に出た数字を B_n とすると,

$$b_n = \begin{cases} b_{n-1} + 2 & (B_n \text{ が奇数であり, } b_{n-1} \leq 3 \text{ であるとき}) \\ b_{n-1} + 1 & (B_n \text{ が偶数であり, } b_{n-1} \leq 4 \text{ であるとき}) \\ b_{n-1} & (\text{それ以外のとき}) \end{cases}$$

このとき, $n = 3, 4, 5$ に対して,

p_n を, $a_{n-1} < 5$ かつ $b_{n-1} < 5$ かつ $a_n = 5$ である確率,

q_n を, $a_n < 5$ かつ $b_{n-1} < 5$ かつ $b_n = 5$ である確率

とする。

例えば, A で 1 回目から 5 回目までに出た数字が順に 5, 3, 10, 1, 5 のとき, $a_0 = 0, a_1 = 1, a_2 = 3, a_3 = 4, a_4 = 4, a_5 = 5$ である。

次の問いに答えよ。

- (1) A で 1 回目から 5 回目までに出た数字が順に 5, 2, 4, 10, 1 であり, B で 1 回目から 5 回目までに出た数字が順に 7, 2, 4, 1, 5 であるときの, a_n, b_n ($n = 1, 2, 3, 4, 5$) をそれぞれ求めよ。
- (2) p_3, q_3 をそれぞれ求めよ。
- (3) p_4, q_4 をそれぞれ求めよ。
- (4) p_5, q_5 をそれぞれ求めよ。

第 3 問

O を原点とする xyz 空間に, 3 点 $A(3, 0, 5)$, $B(2, \sqrt{2}, 4)$, $C(3, 2\sqrt{2}, 1)$ を通る平面 α と, α に点 D で接し中心が点 $P(3, 0, 3)$ である球面 S がある。次の問いに答えよ。

- (1) 内積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ を求めよ。
- (2) D の座標, および S の半径 r をそれぞれ求めよ。
- (3) 点 $Q(0, 0, 5)$ と, 平面 $z = 0$ 上の点 $R(X, Y, 0)$ を考える。直線 QR が S と共有点をもつような (X, Y) の範囲を求め, XY 平面上に図示せよ。

第 4 問

複素数 z が 0 でないとき, その極形式を

$$z = r(\cos \theta + i \sin \theta) \quad (\text{ただし, } r > 0, \ 0 \leq \theta < 2\pi) \quad (*)$$

で表し, $f(z)$ を

$$f(z) = \sqrt{r} \left(\cos \frac{\theta}{2} + i \sin \frac{\theta}{2} \right)$$

と定める。次の問いに答えよ。

- (1) $(*)$ で表される複素数 z に対して, $\frac{f(z)}{z}$ の虚部を r と θ を用いて表せ。
- (2) $f(7 + 6\sqrt{2}i)$ と $f(7 - 6\sqrt{2}i)$ をそれぞれ求めよ。

複素数 w が, 次の (a) かつ (b) を満たしながら動く。

- (a) $0 < |w| \leq 1$
- (b) w の偏角 α は, $\frac{3\pi}{4} \leq \alpha \leq \frac{5\pi}{4}$ の範囲にある。

- (3) w^2 の動く範囲を求め, 複素数平面上に図示せよ。
- (4) $f(w^2)$ の動く範囲を求め, 複素数平面上に図示せよ。

第 5 問

実数全体で定義された関数 $f(x) = 5\log(x^2 + 1) + 3x$ に対して, xy 平面上の曲線 $y = f(x)$ を C とする。 C の変曲点のうち, x 座標が負であるものを $A(\alpha, f(\alpha))$ とし, A における C の接線を ℓ とする。

次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $f(x)$ の増減, 極値, C の凹凸, 変曲点を調べ, C の概形を描け。ただし, 自然対数の底 e に対して, $e < 3$ であることは証明せずに用いてよい。
- (2) ℓ の方程式を求めよ。
- (3) C , ℓ および y 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。