

入学試験過去問題

数 学

横浜国立大学（理系）

対象年度：2019 年

試験時間：150 分

問題数：5 問

第 1 問

三角形 OAB があり、各辺の長さは $OA = 1$, $OB = \sqrt{3}$, $AB = 2$ である。自然数 n に対し、

$$AP_k = \frac{k}{n} AB \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

となるような点 $P_1, P_2, \dots, P_n$ を辺 AB 上にとる。次の問いに答えよ。

(1) 線分 OP_k ($k = 1, 2, \dots, n$) の長さを求めよ。

(2) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{1}{(OP_k)^2}$ を求めよ。

第 2 問

1 辺の長さが 1 である正四面体 OABC がある。辺 OA 上に点 D, 辺 OB 上に点 E, 辺 OC 上に点 F があり,

$$OD : DA = 1 : 1, \quad OE : EB = 2 : 1, \quad OF : FC = 2 : 3$$

をみたしている。さらに辺 OB と辺 AC の中点をそれぞれ M, N とする。平面 DEF と直線 MN の交点を P とする。ベクトル $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ とおく。次の問いに答えよ。

- (1) $|\overrightarrow{MN}|$ を求めよ。
- (2) $\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。
- (3) $|\overrightarrow{MP}|$ を求めよ。

第 3 問

n を 3 以上の整数とする。1 個のさいころを n 回投げたときに、出た目を大きい順に並べたものを

$$X_1, X_2, \dots, X_n \quad (X_1 \geq X_2 \geq \dots \geq X_n)$$

とする。たとえば、1 個のさいころを 5 回投げて、出た目が順に 4, 5, 3, 4, 2 であったとすると、

$$X_1 = 5, \quad X_2 = 4, \quad X_3 = 4, \quad X_4 = 3, \quad X_5 = 2$$

となる。1 個のさいころを n 回投げたとき、次の事象が起こる確率をそれぞれ求めよ。

- (1) $X_n = 2$
- (2) $X_2 = 6$
- (3) $X_2 = 6$ かつ $X_n = 2$

第 4 問

O を原点とする xy 平面上に 2 点 A (2, 0), B (0, 2) がある。2 点 P, Q は条件 (*) をみたしながら動く。

$$(*) \quad \begin{cases} \text{P は線分 OA 上にある。} \\ \text{Q は線分 OB 上にある。} \\ \triangle OPQ \text{ の面積は } 1 \text{ である。} \end{cases}$$

点 P の座標を $(t, 0)$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) t のとり得る値の範囲を求めよ。
- (2) t が (1) で求めた範囲を動くとき、線分 PQ が通過する領域を xy 平面上に図示せよ。
- (3) (2) で求めた領域の面積 S を求めよ。

第 5 問

2つの関数 $f(x) = e^{-x} \sin x$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) と $g(x) = -e^{-x}$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) について、次の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ が最小値をとるときの x の値を求めよ。
- (2) $f(x) = g(x)$ をみたす x の値を求めよ。
- (3) 2 曲線 $C_1 : y = f(x)$, $C_2 : y = g(x)$ と y 軸で囲まれる部分を、 x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積 V を求めよ。