

入学試験過去問題

数 学

横浜国立大学（理系）

対象年度：2015 年

試験時間：150 分

問題数：5 問

第 1 問

次の問いに答えよ。

(1) 定積分

$$\int_0^{\log 3} \frac{dx}{e^x + 5e^{-x} - 2}$$

を求めよ。

(2) $x > 0$ のとき, 不等式

$$\log x \geq \frac{5x^2 - 4x - 1}{2x(x+2)}$$

が成り立つことを示せ。

第 2 問

点 O を中心とする半径 1 の円に内接する三角形 ABC があり,

$$2\overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OB} + 4\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{0}$$

をみたしている。この円上に点 P があり, 線分 AB と線分 CP は直交している。次の問いに答えよ。

- (1) 内積 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ と $|\overrightarrow{AB}|$ をそれぞれ求めよ。
- (2) 線分 AB と線分 CP の交点を H とするとき, $AH : HB$ を求めよ。
- (3) 四角形 $APBC$ の面積を求めよ。

第 3 問

実数 a に対し, xy 平面上の放物線 $C: y = (x - a)^2 - 2a^2 + 1$ を考える。次の問いに答えよ。

- (1) a がすべての実数を動くとき, C が通過する領域を求め, 図示せよ。
- (2) a が $-1 \leq a \leq 1$ の範囲を動くとき, C が通過する領域を求め, 図示せよ。

第 4 問

自然数を 2 個以上の連続する自然数の和で表すことを考える。たとえば、42 は $3 + 4 + \cdots + 9$ のように 2 個以上の連続する自然数の和で表せる。次の問いに答えよ。

- (1) 2020 を 2 個以上の連続する自然数の和で表す表し方をすべて求めよ。
- (2) a を 0 以上の整数とすると、 2^a は 2 個以上の連続する自然数の和で表せないことを示せ。
- (3) a, b を自然数とすると、 $2^a(2b+1)$ は 2 個以上の連続する自然数の和で表せることを示せ。

第 5 問

1 個のさいころを 3 回続けて投げ、出た目を順に a, b, c とする。不等式

$$\int_0^\pi (\cos ax)(\cos bx)(\cos cx) dx > 0$$

をみたす確率を求めよ。