

入学試験過去問題

数 学

横浜国立大学（理系）

対象年度：2012年

試験時間：150分

問題数：5問

第 1 問

次の問いに答えよ。

- (1) 定積分 $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{2 + \sin x}{1 + \cos x} dx$ を求めよ。
- (2) 関数 $y = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x^2 - 3x}$ の増減，極値を調べ，そのグラフの概形を描け。ただし，グラフの凹凸，変曲点は調べなくてよい。

第 2 問

行列 $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$ は $XY = YX$ を満たす。次の問いに答えよ。

- (1) c, d を a, b を用いて表せ。
- (2) $X^2 = E$, $b > 0$ のとき, X を求めよ。ただし, E は単位行列とする。
- (3) xy 平面上に直線 ℓ があり, (2) で求めた行列 X の表す 1 次変換によって ℓ 上の点はすべて ℓ 上の点に移される。 ℓ の方程式を求めよ。

第 3 問

次の問いに答えよ。

- (1) k を 0 以上の整数とすると、

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} \leq k$$

を満たす 0 以上の整数 x, y の組 (x, y) の個数を a_k とする。 a_k を k の式で表せ。

- (2) n を 0 以上の整数とすると、

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + z \leq n$$

を満たす 0 以上の整数 x, y, z の組 (x, y, z) の個数を b_n とする。 b_n を n の式で表せ。

第 4 問

次の問いに答えよ。

- (1) 不定積分

$$\int x^2 \cos(a \log x) dx$$

を求めよ。ただし、 a は 0 でない定数とする。

- (2) 曲線 $y = x \cos(\log x)$ と x 軸、および 2 直線 $x = 1$, $x = e^{\frac{\pi}{4}}$ で囲まれた図形を、 x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ。

第 5 問

鋭角三角形 ABC の $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ の大きさをそれぞれ α , β , γ で表す。点 D, E, F はそれぞれ辺 CA, AB, BC 上にあり, $DE \perp AB$, $EF \perp BC$, $FD \perp CA$ を満たす。次の問いに答えよ。

- (1) $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ は相似であることを示せ。
- (2) $\frac{BC}{EF} = \frac{1}{\tan \alpha} + \frac{1}{\tan \beta} + \frac{1}{\tan \gamma}$ を示せ。
- (3) α が一定のとき, $\frac{BC}{EF}$ を最小にするような β , γ を α で表せ。