

入学試験過去問題

数 学

横浜国立大学（理系）

対象年度：2003 年

試験時間：150 分

問題数：5 問

第 1 問

次の定積分を計算せよ。

$$(1) \int_1^e 5^{\log x} dx$$

$$(2) \int_0^1 \frac{x+1}{(x^2+1)^2} dx$$

第 2 問

$\triangle ABC$ において

$$a = BC, \quad b = CA, \quad c = AB$$

と表す。次の問いに答えよ。

(1) $\frac{\tan A}{a^2} = \frac{\tan B}{b^2}$ が成り立つ $\triangle ABC$ はどのような三角形か。

(2) $b = \frac{a+c}{2}$ が成り立つ $\triangle ABC$ に対し

$$\tan \frac{A}{2} \tan \frac{C}{2}$$

の値を求めよ。

第 3 問

xy 平面上に曲線 $C: y = x^2 + 1$ がある。点 $(1, 3)$ を通る傾き t の直線と C との 2 つの交点の x 座標を α および β ($\alpha < \beta$) とする。曲線 C , x 軸, 直線 $x = \alpha$ および直線 $x = \beta$ で囲まれた図形の面積を S で表す。次の問いに答えよ。

- (1) S を t を用いて表せ。
- (2) S を最小とする t の値を求めよ。

第 4 問

数列 $\{a_n\}$ は

$$\begin{cases} a_1 = 0 \\ a_{2n+1} = a_{2n} = a_n + n \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

を満たす。次の問いに答えよ。

- (1) $a_2, a_3, a_4, \dots, a_8$ を求めよ。
- (2) $n = 2^m$ ($m = 0, 1, 2, \dots$) のとき, a_n を m を用いて表せ。
- (3) $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して

$$a_n < n$$

であることを証明せよ。

第 5 問

xy 平面上に次の式で与えられる曲線 C がある。

$$\begin{cases} x = e^t \cos t \\ y = e^t \sin t \end{cases} \quad \left(0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}\right)$$

C 上の点で x 座標が最大となる点を (x_0, y_0) とする。

- (1) x_0, y_0 を求めよ。
- (2) 曲線 C の長さを求めよ。
- (3) 曲線 C , 直線 $x = x_0$ および x 軸で囲まれる図形の面積を求めよ。