

入学試験過去問題

数 学

横浜国立大学（文系）

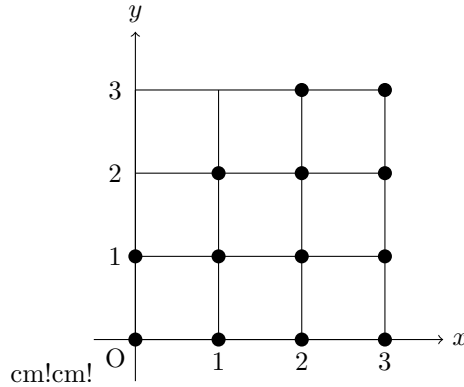
対象年度：2026 年

試験時間：90 分

問題数：3 問

第 1 問

表と裏がいずれも確率 $\frac{1}{2}$ で出るコインを 1 枚用意する。下の図の ● 印で表された格子点上を動く点 Q を考える。最初に点 Q は原点 O に止まっている。点 Q が A (3, 3) に到達するまで以下の操作 (*) を繰り返し、点 Q が A に止まったら、これ以上操作 (*) を行わない。



操作 (*)

点 Q が点 (x, y) に止まっているとする。コインを 1 回投げる。

- 表が出た場合：点 Q を以下の点に動かして、止める。

$$\begin{cases} (x+2, y) & (x \leq 1 \text{ のとき}), \\ (x+1, y) & (x = 2 \text{ のとき}), \\ (x, y+1) & (x = 3 \text{ のとき}) \end{cases}$$

- 裏が出た場合：点 Q を以下の点に動かして、止める。

$$\begin{cases} (x+1, y) & ((x, y) \text{ が } (0, 1), (1, 2), (2, 3) \text{ のとき}), \\ (x, y+1) & ((x, y) \text{ が } (0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 2) \text{ のとき}), \\ (x, y+2) & ((x, y) \text{ が上記以外のとき}) \end{cases}$$

たとえば、1 回目の操作 (*) で裏が出た場合、点 Q を (0, 0) から (0, 1) に動かして止める。次に、2 回目の操作 (*) で表が出た場合、点 Q を (0, 1) から (2, 1) に動かして止める。同様に操作 (*) を繰り返し、点 Q が A に止まったら、これ以上操作 (*) を行わない。

次の問いに答えよ。

- (1) 「操作 (*) を 4 回行って、点 Q が A に到達した」という条件の下で、点 Q が A に到達する前に (2, 3) で止まる条件付き確率を求めよ。
- (2) 点 Q が (2, 3), (3, 2) のいずれにも止まらず、A に到達する確率を求めよ。
- (3) 点 Q が A に到達したとき、それまでに行った操作 (*) の回数を N とする。 N の期待値を求めよ。

第 2 問

k を実数とする。O を原点とする xy 平面上で、直線 ℓ は $y = \sqrt{3}x + k$ 、曲線 C_1 は $(x-1)^2 + y^2 = 1$ のうち $y \geq 0$ をみたす部分、曲線 C_2 は $y = x^2$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) ℓ が $y > 0$ の範囲で C_1 に接するときの接点を A とする。そのときの k の値と、A の座標を求めよ。
- (2) ℓ が C_2 に接するときの接点を B とする。そのときの k の値と、B の座標を求めよ。
- (3) (1), (2) で求めた A, B に対して、O と A を結ぶ C_1 上の部分、線分 AB, および B と O を結ぶ C_2 上の部分で囲まれた図形の面積を求めよ。

第 3 問

m と n を正の整数で $n > m$ とする。次の 2 つの関数 $f(x)$ と $g(x)$ を考える。

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$$

$$g(x) = b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \cdots + b_1 x + b_0$$

ただし, $a_n, a_{n-1}, \cdots, a_0, b_m, b_{m-1}, \cdots, b_0$ は実数とし, $a_n \neq 0, b_m \neq 0$ とする。

すべての実数 x に対して, $f(x), g(x)$ は

$$x f'(x) = 3\{f(x) + g(x)\} - 3,$$

$$x^{n-m+1} g'(x) = 2\{f(x) - g(x)\} + 20x + 2$$

をみたすとする。次の問いに答えよ。

(1) n の値を求めよ。

(2) $f(x), g(x)$ を求めよ。