

A 1

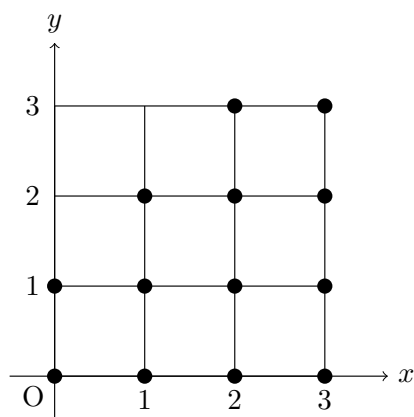
数 学

(2026 年度)

〔注意事項〕

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答には黒鉛筆または黒シャープペンシルを使用しなさい。
3. 氏名および受験番号を解答用紙の所定の記入欄に必ず記入しなさい。
4. この問題冊子には、問題 1, 2, 3 があります。全ての問題に解答しなさい。
5. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 解答は必ず解答用紙の指定箇所（問題番号と一致するところ）に記入しなさい。
7. 下書きにはこの問題冊子の余白を使用しなさい。
8. 試験終了後、問題冊子を持ち帰りなさい。

- 1 表と裏がいずれも確率 $\frac{1}{2}$ で出るコインを 1 枚用意する。下の図の ● 印で表された格子点上を動く点 Q を考える。最初に点 Q は原点 O に止まっている。点 Q が A (3, 3) に到達するまで以下の操作 (*) を繰り返し、点 Q が A に止まったら、これ以上操作 (*) を行わない。



操作 (*)

点 Q が点 (x, y) に止まっているとする。コインを 1 回投げる。

- 表が出た場合：点 Q を以下の点に動かして、止める。

$$\begin{cases} (x+2, y) & (x \leq 1 \text{ のとき}), \\ (x+1, y) & (x = 2 \text{ のとき}), \\ (x, y+1) & (x = 3 \text{ のとき}) \end{cases}$$

- 裏が出た場合：点 Q を以下の点に動かして、止める。

$$\begin{cases} (x+1, y) & ((x, y) \text{ が } (0, 1), (1, 2), (2, 3) \text{ のとき}), \\ (x, y+1) & ((x, y) \text{ が } (0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 2) \text{ のとき}), \\ (x, y+2) & ((x, y) \text{ が上記以外するとき}) \end{cases}$$

たとえば、1 回目の操作 (*) で裏が出た場合、点 Q を (0, 0) から (0, 1) に動かし止める。次に、2 回目の操作 (*) で表が出た場合、点 Q を (0, 1) から (2, 1) に動かし止める。同様に操作 (*) を繰り返し、点 Q が A に止まったら、これ以上操作 (*) を行わない。

次の問いに答えよ。

- (1) 「操作 (*) を 4 回行って、点 Q が A に到達した」という条件の下で、点 Q が A に到達する前に (2, 3) で止まる条件付き確率を求めよ。
- (2) 点 Q が (2, 3), (3, 2) のいずれにも止まらず、A に到達する確率を求めよ。
- (3) 点 Q が A に到達したとき、それまでに行った操作 (*) の回数を N とする。 N の期待値を求めよ。

2 k を実数とする。O を原点とする xy 平面上で、直線 ℓ は $y = \sqrt{3}x + k$ 、曲線 C_1 は $(x-1)^2 + y^2 = 1$ のうち $y \geq 0$ をみたす部分、曲線 C_2 は $y = x^2$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) ℓ が $y > 0$ の範囲で C_1 に接するときの接点を A とする。そのときの k の値と、A の座標を求めよ。
- (2) ℓ が C_2 に接するときの接点を B とする。そのときの k の値と、B の座標を求めよ。
- (3) (1), (2) で求めた A, B に対して、O と A を結ぶ C_1 上の部分、線分 AB, および B と O を結ぶ C_2 上の部分で囲まれた図形の面積を求めよ。

3 m と n を正の整数で $n > m$ とする。次の 2 つの関数 $f(x)$ と $g(x)$ を考える。

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$$

$$g(x) = b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \cdots + b_1 x + b_0$$

ただし、 $a_n, a_{n-1}, \cdots, a_0, b_m, b_{m-1}, \cdots, b_0$ は実数とし、 $a_n \neq 0, b_m \neq 0$ とする。

すべての実数 x に対して、 $f(x), g(x)$ は

$$x f'(x) = 3\{f(x) + g(x)\} - 3,$$

$$x^{n-m+1} g'(x) = 2\{f(x) - g(x)\} + 20x + 2$$

をみたすとする。次の問いに答えよ。

(1) n の値を求めよ。

(2) $f(x), g(x)$ を求めよ。

