

入学試験過去問題

数 学

横浜国立大学（文系）

対象年度：2025 年

試験時間：90 分

問題数：3 問

第 1 問

中身の見えない箱が 1 つあり、その中に白いカードが 4 枚、黒いカードが 3 枚入っている。

以下の操作 I から IV を順に一度ずつ行う。

操作 I 箱からカードを無作為に 1 枚取り出し、手元に置く。

操作 II 箱からカードを無作為に 1 枚取り出し、手元に置く。

操作 III 箱からカードを無作為に 1 枚取り出し、手元に置き、操作 I で取り出したカードを箱の中に戻す。

操作 IV 箱からカードを無作為に 1 枚取り出し、手元に置き、操作 II で取り出したカードを箱の中に戻す。

例えば、操作 I, II, III, IV で白, 黒, 黒, 白の順でカードが取り出されたとする。箱の中に入っているカードの枚数を $\begin{pmatrix} \text{白いカードの枚数} \\ \text{黒いカードの枚数} \end{pmatrix}$ で表すとき、箱の中は

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{I}} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{II}} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{III}} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{IV}} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

のように変化してゆく。

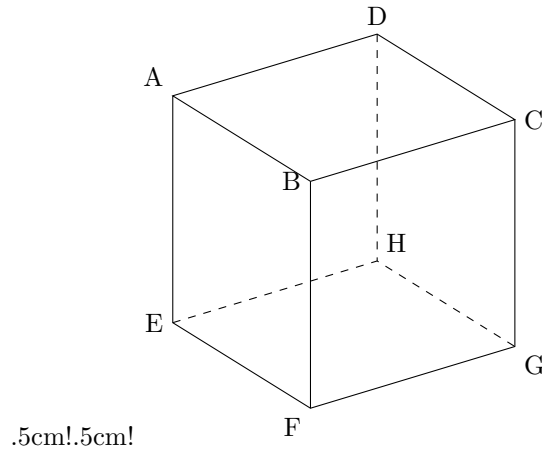
次の問いに答えよ。

- (1) 操作 III を終えたときに箱の中に入っている白いカードの枚数が 3 である確率を求めよ。
- (2) 操作 III を終えたときに箱の中に入っている白いカードの枚数と、操作 IV を終えたときに箱の中に入っている黒いカードの枚数が同じである確率を求めよ。
- (3) 操作 IV を終えたときに箱の中に入っている白いカードの枚数が 4 であったという条件のもとで、操作 III を終えたときに箱の中に入っている白いカードの枚数が 3 である条件付き確率を求めよ。

第 2 問

立方体 ABCD-EFGH を考える。辺 AD, GH の中点をそれぞれ P, Q とする。辺 AB を $t : (1-t)$ に内分する点を R とする (ただし, $0 < t < 1$)。 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AE} = \vec{c}$ と表す。いま, 4 点 B, C, G, F を通る平面上に点 S をとり, $\overrightarrow{AS} = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$ (α, β, γ は実数) と表す。

次の問いに答えよ。



- (1) α を求めよ。また, $\overrightarrow{AP}$, $\overrightarrow{AQ}$, $\overrightarrow{AR}$ をそれぞれ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, t を用いて表せ。

以降, P, Q, R, S が同一平面上にあるとする。

- (2) β を γ, t の式で表せ。
- (3) 直線 PS と直線 QR が垂直に交わる時, β, γ をそれぞれ t の式で表せ。
- (4) 直線 PS と直線 QR が垂直に交わり, かつ点 S が立方体の面 BCGF 上にあるとき, t のとりうる値の範囲を求めよ。

第 3 問

原点を O とする xy 平面上で、関数 $f(x) = x^2 - x - 2$ で定義される曲線 $C : y = f(x)$ と C 上にない点 $R(r, s)$ を考える。 R および C 上の異なる 2 点 $P(p, f(p))$, $Q(q, f(q))$ ($p < q$) は以下の (i), (ii) を満たすとする。

(i) P と R を通る直線 ℓ_1 は、 Q を通る C の接線と平行である。

(ii) Q と R を通る直線 ℓ_2 は、 P を通る C の接線と平行である。

次の問いに答えよ。

(1) r と s が満たす条件を求め、 p と q をそれぞれ r と s を用いて表せ。

さらに P, Q, R は以下の (iii) を満たす。

(iii) ℓ_1 と ℓ_2 は直交する。

(2) s を r の式で表せ。

さらに O, P, Q が一直線上にないとする。

(3) r の取りうる値の範囲を求めよ。

(4) $\triangle OPQ$ の面積を T とする。 T^2 を r の式で表せ。

(5) T^2 を r の関数とみなし、その定義域を (3) で求めた範囲とする。そのとき、 T^2 が極大となる r を求めよ。