

A 1

数 学

(2025 年度)

〔注意事項〕

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答には黒鉛筆または黒シャープペンシルを使用しなさい。
3. 氏名および受験番号を解答用紙の所定の記入欄に必ず記入しなさい。
4. この問題冊子には、問題 1, 2, 3 があります。全ての問題に解答しなさい。
5. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 解答は必ず解答用紙の指定箇所（問題番号と一致するところ）に記入しなさい。
7. 下書きにはこの問題冊子の余白を使用しなさい。
8. 試験終了後、問題冊子を持ち帰りなさい。

1 中身の見えない箱が1つあり、その中に白いカードが4枚、黒いカードが3枚入っている。

以下の操作IからIVを順に一度ずつ行う。

操作I 箱からカードを無作為に1枚取り出し、手元に置く。

操作II 箱からカードを無作為に1枚取り出し、手元に置く。

操作III 箱からカードを無作為に1枚取り出し、手元に置き、操作Iで取り出したカードを箱の中に戻す。

操作IV 箱からカードを無作為に1枚取り出し、手元に置き、操作IIで取り出したカードを箱の中に戻す。

例えば、操作I, II, III, IVで白, 黒, 黒, 白の順でカードが取り出されたとする。箱の中に入っているカードの枚数を $\begin{pmatrix} \text{白いカードの枚数} \\ \text{黒いカードの枚数} \end{pmatrix}$ で表すとき、箱の中は

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{I}} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{II}} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{III}} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{IV}} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

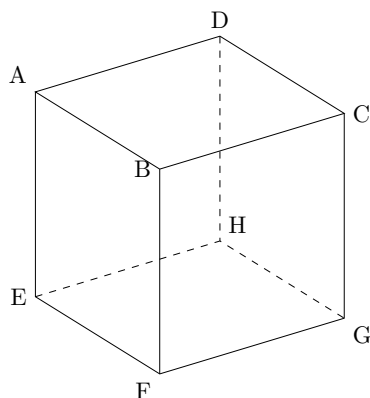
のように変化してゆく。

次の問いに答えよ。

- (1) 操作IIIを終えたときに箱の中に入っている白いカードの枚数が3である確率を求めよ。
- (2) 操作IIIを終えたときに箱の中に入っている白いカードの枚数と、操作IVを終えたときに箱の中に入っている黒いカードの枚数が同じである確率を求めよ。
- (3) 操作IVを終えたときに箱の中に入っている白いカードの枚数が4であったという条件のもとで、操作IIIを終えたときに箱の中に入っている白いカードの枚数が3である条件付き確率を求めよ。

2 立方体 ABCD-EFGH を考える。辺 AD, GH の中点をそれぞれ P, Q とする。辺 AB を $t : (1 - t)$ に内分する点を R とする (ただし, $0 < t < 1$)。 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AE} = \vec{c}$ と表す。いま, 4 点 B, C, G, F を通る平面上に点 S をとり, $\overrightarrow{AS} = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$ (α, β, γ は実数) と表す。

次の問いに答えよ。



- (1) α を求めよ。また, $\overrightarrow{AP}$, $\overrightarrow{AQ}$, $\overrightarrow{AR}$ をそれぞれ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, t を用いて表せ。

以降, P, Q, R, S が同一平面上にあるとする。

- (2) β を γ, t の式で表せ。
- (3) 直線 PS と直線 QR が垂直に交わる時, β, γ をそれぞれ t の式で表せ。
- (4) 直線 PS と直線 QR が垂直に交わり, かつ点 S が立方体の面 BCGF 上にある時, t のとりうる値の範囲を求めよ。

3 原点を O とする xy 平面上で、関数 $f(x) = x^2 - x - 2$ で定義される曲線 $C : y = f(x)$ と C 上にない点 $R(r, s)$ を考える。 R および C 上の異なる 2 点 $P(p, f(p))$, $Q(q, f(q))$ ($p < q$) は以下の (i), (ii) を満たすとする。

(i) P と R を通る直線 ℓ_1 は、 Q を通る C の接線と平行である。

(ii) Q と R を通る直線 ℓ_2 は、 P を通る C の接線と平行である。

次の問いに答えよ。

(1) r と s が満たす条件を求め、 p と q をそれぞれ r と s を用いて表せ。

さらに P , Q , R は以下の (iii) を満たす。

(iii) ℓ_1 と ℓ_2 は直交する。

(2) s を r の式で表せ。

さらに O , P , Q が一直線上にないとする。

(3) r の取りうる値の範囲を求めよ。

(4) $\triangle OPQ$ の面積を T とする。 T^2 を r の式で表せ。

(5) T^2 を r の関数とみなし、その定義域を (3) で求めた範囲とする。そのとき、 T^2 が極大となる r を求めよ。

