

入学試験過去問題

数 学

横浜国立大学（文系）

対象年度：2024年

試験時間：90分

問題数：3問

第 1 問

正の整数 n に対し、関数 $f(x)$ を

$$f(x) = x^3 - 4x^2 - 2^n x + 8$$

と定義する。 x についての方程式 $f(x) = 0$ が 3 つの実数解 α, β, γ ($\alpha < \beta < \gamma$) をもち、そのうちの 1 つが負の整数であるとする。次の問いに答えよ。

(1) n , および α, β, γ を求めよ。

(2) $\int_{\beta}^{\gamma} f(x) dx$ を求めよ。

第 2 問

xyz 空間内に, 2 点 $P(1, 2, 3)$, $Q(4, -4, 9)$ を通る直線 ℓ がある。点 $A(9, 1, 7)$ から ℓ にひいた垂線と ℓ との交点を H とする。また, ℓ と点 $B(1, 2, -15)$ を含む平面を α とする。次の問いに答えよ。

- (1) H の座標, および線分 HA の長さを求めよ。
- (2) 以下の 2 つの条件をともにみたす, 平面 α 上の点 C の座標をすべて求めよ。

$$\text{直線 } HC \perp \ell, \quad HC = HA$$

第 3 問

m, n を実数とする。 xy 平面上に直線 $\ell: y = mx + n$ と曲線 $C: y = x^3 - 3x^2$ があり、 ℓ と C は異なる 3 点で交わっている。各交点の x 座標を a, b, c ($a < b < c$) とおく。

以下、 $b = \frac{a+c}{2}$ が成り立つとする。次の問いに答えよ。

(1) b の値を求めよ。

(2) m, n をそれぞれ a を用いて表せ。また、 a の取りうる値の範囲を求めよ。

ℓ の傾き m を $\tan \alpha$ ($-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$) とし、 C 上の点 $(a, a^3 - 3a^2)$ における C の接線 ℓ' の傾きを $\tan \beta$ ($-\frac{\pi}{2} < \beta < \frac{\pi}{2}$) とする。

(3) $\frac{1}{\tan(\beta - \alpha)}$ を a を用いて表せ。

(4) a が (2) で求めた範囲にあるとき、 $\frac{1}{\tan(\beta - \alpha)}$ の最小値とそのときの a の値を求めよ。