

入学試験過去問題

数 学

横浜国立大学（文系）

対象年度：2023 年

試験時間：90 分

問題数：3 問

第 1 問

xy 平面上に 2 つの放物線

$$C_1 : y = x^2 + 2x$$

$$C_2 : y = -2x^2 + 2x$$

がある。次の問いに答えよ。

- (1) C_1 と C_2 のどちらにも接する直線が 1 つだけ存在することを示し、その直線の方程式を求めよ。

上で求めた直線を ℓ とする。さらに、実数 a, b に対して定まる直線 $m : y = ax + b$ が、次の 2 つの条件を満たすとする。

- m は ℓ と垂直に交わる。
 - 和集合 $\{P \mid P \text{ は } m \text{ と } C_1 \text{ との共有点}\} \cup \{Q \mid Q \text{ は } m \text{ と } C_2 \text{ との共有点}\}$ の要素の個数がちょうど 4 である。
- (2) b のとり得る値の範囲を求めよ。
- (3) m と C_1 で囲まれた部分の面積を S_1 とし、 m と C_2 で囲まれた部分の面積を S_2 とする。 $S_1 : S_2 = 1 : 2$ を満たす b の値を求めよ。

第 2 問

さいころ A とさいころ B がある。はじめに、さいころ A を 2 回投げ、1 回目に出た目を a_1 、2 回目に出た目を a_2 とする。次に、さいころ B を 2 回投げ、1 回目に出た目を b_1 、2 回目に出た目を b_2 とする。次の問いに答えよ。

- (1) $a_1 \geq b_1 + b_2$ となる確率を求めよ。
- (2) $a_1 + a_2 > b_1 + b_2$ となる確率を求めよ。
- (3) $a_1 + a_2 > b_1 + b_2$ という条件のもとで、 $a_2 = 1$ となる条件付き確率を求めよ。

第 3 問

四面体 OABC があり, $\vec{a} = \vec{OA}$, $\vec{b} = \vec{OB}$, $\vec{c} = \vec{OC}$ とし, 点 D を

$$\vec{OD} = 4\vec{a} + 3\vec{b} + 2\vec{c}$$

で定める。点 X, P, Q, R を以下の条件 (*) を満たすようにとる。

$$(*) \quad \begin{cases} X \text{ は, } \triangle ABC \text{ の边上または内部にある。} \\ \text{直線 DX は, 平面 OAB, 平面 OBC, 平面 OCA とそれぞれ P, Q, R で交わる。} \\ \vec{DP} = \alpha\vec{DX}, \vec{DQ} = \beta\vec{DX}, \vec{DR} = \gamma\vec{DX} \text{ と表すとき, } 0 < \alpha \leq \beta \leq \gamma \text{ である。} \end{cases}$$

また, 実数 s, t を用いて, $\vec{AX} = s\vec{AB} + t\vec{AC}$ と表す。次の問いに答えよ。

- (1) 実数 u で定まるベクトル $\vec{OD} + u\vec{DX}$ を, $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, s, t, u$ を用いて表せ。
- (2) α, β, γ を s, t でそれぞれ表せ。
- (3) X が条件 (*) を満たしながら動くとき, 点 (s, t) の存在範囲を st 平面上に図示せよ。
- (4) X が条件 (*) を満たしながら動くとき, X が動く部分の面積 S_1 と $\triangle ABC$ の面積 S_2 の比 $S_1 : S_2$ を求めよ。