

入学試験過去問題

数 学

横浜国立大学（文系）

対象年度：2022年

試験時間：90分

問題数：3問

第 1 問

r を 0 でない実数とする。数列 $\{a_n\}$ が以下をみたしている。

$$\begin{cases} a_1 = r \\ a_n = n - 1 + r + \frac{1}{r}(a_{n-1} - n + 2), \quad n = 2, 3, 4, \dots \end{cases}$$

次の問いに答えよ。

- (1) a_2, a_3, a_4 を r の式で表せ。
- (2) a_n を n, r の式で表せ。
- (3) $r = \frac{1}{2}$ のとき, $\sum_{k=1}^n a_k$ を n の式で表せ。

第 2 問

正の実数 a, b に対して, 関数 $f(x), g(x)$ を

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^3}{3} - a(a+1)x \\ g(x) = \frac{x^2}{2} + b \end{cases}$$

とする。 xy 平面上の曲線 $y = f(x)$ と曲線 $y = g(x)$ の共有点は, 異なる 2 点のみである。
これらの共有点の x 座標を p, q ($p < q$) とおく。次の問いに答えよ。

- (1) b を a の式で表せ。
- (2) p と q をそれぞれ a の式で表せ。
- (3) t が $p \leq t \leq q$ の範囲を動くとき, $|f(t) - g(t)|$ の最大値を a の式で表せ。

第 3 問

1 辺の長さが 1 である正四面体 $OABC$ を考える。点 P , Q , R は, それぞれ辺 OA , OB , BC を以下のように内分する。

$$OP : PA = s : (1 - s), \quad OQ : QB = t : (1 - t), \quad BR : RC = u : (1 - u)$$

さらに, 点 O , $\triangle ABC$ の重心 G , $\triangle PQR$ の重心 H の 3 点は同一直線上にある。

次の問いに答えよ。

- (1) s , u を t の式で表せ。また s のとり得る値の範囲を求めよ。
- (2) $|\overrightarrow{QP}|^2$, $|\overrightarrow{QR}|^2$, 内積 $\overrightarrow{QP} \cdot \overrightarrow{QR}$ を t の式で表せ。
- (3) $\triangle PQR$ の面積 S を t の式で表せ。また S が最小となる t の値を求めよ。