

入学試験過去問題

数 学

横浜国立大学（文系）

対象年度：2020 年

試験時間：90 分

問題数：3 問

第 1 問

空間内に 4 点 O, A, B, C があり,

$$\begin{aligned} |\vec{OA}| &= |\vec{OB}| = |\vec{OC}| = 1 \\ \vec{OA} \cdot \vec{OB} &= \vec{OB} \cdot \vec{OC} = \vec{OC} \cdot \vec{OA} = k \quad (0 < k < 1) \end{aligned}$$

をみたしている。ただし, $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ は $\vec{OA}$ と $\vec{OB}$ の内積を表す。三角形 ABC の重心を M とする。線分 OM 上に点 P があり, $\angle APB = 90^\circ$ をみたしている。 $\frac{|\vec{OP}|}{|\vec{OM}|}$ と $|\vec{AP}|$ をそれぞれ k の式で表せ。

第 2 問

中身の見えない 2 つの箱 A, B がある。箱 A には白玉と赤玉がそれぞれ 2 個ずつ入っており、箱 B には白玉 1 個だけが入っている。このとき、 n を正の整数として、次の操作 (*) を考える。

(*) はじめに、箱 A の中身をよくかきまぜて、箱 A から玉を 2 個取り出し、色を確認しないで、箱 B に 2 個とも入れる。次に、「箱 B の中身をよくかきまぜて、箱 B から玉を 1 個取り出し、色を確認した後、箱 B に戻す」という作業を n 回繰り返す。

操作 (*) を一度行なったとき、箱 B から取り出した玉が n 回ともすべて白玉である確率を p_n とし、箱 B から取り出した玉が n 回ともすべて白玉であるという条件のもとで、はじめに箱 A から取り出した玉が 2 個とも白玉である条件付き確率を q_n とする。

次の問いに答えよ。

- (1) p_2, q_2 を求めよ。
- (2) p_n, q_n を求めよ。
- (3) $q_n > \frac{1}{2}$ をみたす最小の n の値を求めよ。

第 3 問

実数 a, b に対し、関数 $f(x)$ を

$$f(x) = -x^3 + (a+2)x^2 - (3a-b-2)x - 3(b-1)$$

と定める。 xy 平面上で $y = f(x)$ の表す曲線を C とする。次の問いに答えよ。

- (1) どのような a, b の値に対しても、 C はある定点を通ることを示せ。
- (2) $f(x)$ は極値をとるとする。 C が x 軸に接するような (a, b) の存在範囲を ab 平面上に図示せよ。
- (3) (a, b) が (2) で求めた範囲にあるとき、 $f(x)$ の極値を a の式で表せ。