A 1

数　　学

（2019 年度）

〔注意事項〕

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答には黒鉛筆または黒シャープペンシルを使用しなさい。
3. 氏名および受験番号を解答用紙の所定の記入欄に必ず記入しなさい。
4. この問題冊子には，問題 1, 2, 3 があります。全ての問題に解答しなさい。
5. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 解答は必ず解答用紙の指定箇所（問題番号と一致するところ）に記入しなさい。
7. 下書きにはこの問題冊子の余白を使用しなさい。
8. 試験終了後，問題冊子を持ち帰りなさい。

1 赤色，白色，黄色の 3 つのさいころを同時に投げ，それぞれのさいころの出た目を x，y，z とする。x と y の最小値を m，最大値を M とする。次の問いに答えよ。

(1) $m \leqq z \leqq M$ となる確率を求めよ。

(2) $m \leqq z \leqq M$ という条件の下で，$M - m = 3$ となる条件付き確率を求めよ。

2 1 辺の長さが 1 である正四面体 OABC がある。辺 OA 上に点 D，辺 OB 上に点 E，辺 OC 上に点 F があり，

$$\mathrm{OD} : \mathrm{DA} = 1 : 1, \quad \mathrm{OE} : \mathrm{EB} = 2 : 1, \quad \mathrm{OF} : \mathrm{FC} = 2 : 3$$

をみたしている。さらに辺 OB と辺 AC の中点をそれぞれ M，N とする。平面 DEF と直線 MN の交点を P とする。ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ とおく。次の問いに答えよ。

(1) $\left|\overrightarrow{\mathrm{MN}}\right|$ を求めよ。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

(3) $\left|\overrightarrow{\mathrm{MP}}\right|$ を求めよ。

3 実数 a に対し，xy 平面上の曲線 $y = x^3 - ax$ を C とする。C 上の異なる 2 点 P_1，P_2 と，2 つの直線 ℓ_1，ℓ_2 があり，$k = 1, 2$ に対して以下の条件をみたしている。

(i) P_k の x 座標は正である。

(ii) ℓ_k は P_k を通り，さらに P_k における C の接線と直交する。

(iii) ℓ_k は P_k 以外の点で C と接する。

次の問いに答えよ。

(1) a のとり得る値の範囲を求めよ。

(2) $k = 1, 2$ に対して，C と ℓ_k によって囲まれる部分の面積を S_k とする。$S_1 + S_2$ を a の式で表せ。