A 1

数　　学

（2018 年度）

〔注意事項〕

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答には黒鉛筆または黒シャープペンシルを使用しなさい。
3. 氏名および受験番号を解答用紙の所定の記入欄に必ず記入しなさい。
4. この問題冊子には，問題 1, 2, 3 があります。全ての問題に解答しなさい。
5. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 解答は必ず解答用紙の指定箇所（問題番号と一致するところ）に記入しなさい。
7. 下書きにはこの問題冊子の余白を使用しなさい。
8. 試験終了後，問題冊子を持ち帰りなさい。

1 数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ は以下の条件をみたす。

(i) a_n $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ は $0, 1, 2$ のいずれかである。

(ii) b_n は

$$b_1 = 1, \quad 3b_{n+1} = 5a_n + b_n \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

をみたす整数である。

次の問いに答えよ。

(1) b_2，b_3，b_4，b_5 を求めよ。

(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ を求めよ。

2 O を原点とする xyz 空間に点 A $(0,\ 2,\ 2)$，および，中心を点 B $(0,\ 0,\ 1)$ とする半径 1 の球面 S がある。平面 $z=0$ 上の点 P $(a,\ b,\ 0)$ を考える。次の問いに答えよ。

(1) 直線 AP 上の点 Q に対して $\overrightarrow{\mathrm{AQ}}=t\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ と表すとき，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ を a，b，t を用いて表せ。

(2) 直線 AP が球面 S と共有点をもつとき，点 P の存在範囲を ab 平面上に図示せよ。

3 xy 平面上に放物線 $C_1 : y = x^2$ と点 $\mathrm{P}\,(p,\ q)\ (q > p^2)$ があり，P を通り傾きが t の直線を ℓ とする。さらに，C_1 と ℓ との 2 つの交点を結ぶ線分の中点において，放物線 $C_2 : y = -x^2 + ax + b$ が ℓ と接している。次の問いに答えよ。

(1) a，b を求めよ。

(2) C_1 と C_2 で囲まれる領域の面積を求めよ。

(3) t が実数全体を動くとき，(2) で求めた面積の最小値を求めよ。