

入学試験過去問題

数 学

横浜国立大学（文系）

対象年度：2014 年

試験時間：90 分

問題数：3 問

第 1 問

a, b を実数とする。 xy 平面上の曲線 $C: y = x^3 + ax^2 + x - 2$ と直線 $\ell: y = bx - 2$ が異なる 3 点で交わる時、次の問いに答えよ。

- (1) a, b の条件を求めよ。
- (2) 3 つの交点それぞれにおける C の接線の中に、傾きが 1 より大きいものと、1 より小さいものがどちらも存在するための a, b の条件を求め、その条件をみたす ab 平面上的点 (a, b) の範囲を図示せよ。

第 2 問

O を原点とする座標空間に、4 点

$$A(-2, 1, 3), \quad B(s, 3, -1), \quad C(1, 3, 4), \quad D(t, 2t, 2t)$$

がある。ただし、 s, t は実数で $t \neq 0$ である。A を通り $\overrightarrow{OC}$ に平行な直線と、B を通り $\overrightarrow{OD}$ に平行な直線が点 P で交わるとする。次の問いに答えよ。

(1) s の値および P の座標を求めよ。

以下では $\triangle PAB \sim \triangle OCD$ を仮定する。

(2) t の値を求めよ。

(3) D から平面 PAB に下ろした垂線を DH とするとき、H の座標を求めよ。

第 3 問

r を $0 < r < 1$ をみたす定数とする。数列 $\{a_n\}$ に対して

$$S_n = \sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} r^{a_k} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

とする。次の問いに答えよ。ただし以下では、実数 x に対して、 $[x]$ は $\ell \leq x < \ell + 1$ をみたす整数 ℓ を表す。

- (1) 数列 $\{a_n\}$ を $a_n = \left[\frac{n}{2} \right]$ で定めるとき、 S_{2n} を r と n の式で表せ。
- (2) 数列 $\{a_n\}$ を $a_n = \left[\frac{n}{3} \right]$ で定めるとき、 S_{3n} を r と n の式で表せ。
- (3) $a_1 = 0$, $a_n \leq a_{n+1} \leq a_n + 1$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) および $S_{2014} = 0$ をみたす数列 $\{a_n\}$ のうち、 $\sum_{k=1}^{2014} r^{a_k}$ を最小にする数列 $\{a_n\}$ の第 2014 項を求め、そのときの最小値を r の式で表せ。