

A 1

数 学

(2014 年度)

〔注意事項〕

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答には黒鉛筆または黒シャープペンシルを使用しなさい。
3. 氏名および受験番号を解答用紙の所定の記入欄に必ず記入しなさい。
4. この問題冊子には、問題 1, 2, 3 があります。全ての問題に解答しなさい。
5. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 解答は必ず解答用紙の指定箇所（問題番号と一致するところ）に記入しなさい。
7. 下書きにはこの問題冊子の余白を使用しなさい。
8. 試験終了後、問題冊子を持ち帰りなさい。

1 a, b を実数とする。 xy 平面上の曲線 $C : y = x^3 + ax^2 + x - 2$ と直線 $\ell : y = bx - 2$ が異なる 3 点で交わる時、次の問いに答えよ。

(1) a, b の条件を求めよ。

(2) 3 つの交点それぞれにおける C の接線の中に、傾きが 1 より大きいものと、1 より小さいものがどちらも存在するための a, b の条件を求め、その条件をみたす ab 平面上の点 (a, b) の範囲を図示せよ。

2 O を原点とする座標空間に、4 点

$$A(-2, 1, 3), \quad B(s, 3, -1), \quad C(1, 3, 4), \quad D(t, 2t, 2t)$$

がある。ただし、 s, t は実数で $t \neq 0$ である。 A を通り $\overrightarrow{OC}$ に平行な直線と、 B を通り $\overrightarrow{OD}$ に平行な直線が点 P で交わるとする。次の問いに答えよ。

(1) s の値および P の座標を求めよ。

以下では $\triangle PAB \sim \triangle OCD$ を仮定する。

(2) t の値を求めよ。

(3) D から平面 PAB に下ろした垂線を DH とするとき、 H の座標を求めよ。

3 r を $0 < r < 1$ をみたす定数とする。数列 $\{a_n\}$ に対して

$$S_n = \sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} r^{a_k} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

とする。次の問いに答えよ。ただし以下では、実数 x に対して、 $[x]$ は $\ell \leq x < \ell + 1$ をみたす整数 ℓ を表す。

(1) 数列 $\{a_n\}$ を $a_n = \left[\frac{n}{2}\right]$ で定めるとき、 S_{2n} を r と n の式で表せ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ を $a_n = \left[\frac{n}{3}\right]$ で定めるとき、 S_{3n} を r と n の式で表せ。

(3) $a_1 = 0$, $a_n \leq a_{n+1} \leq a_n + 1$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) および $S_{2014} = 0$ をみたす数列 $\{a_n\}$ のうち、 $\sum_{k=1}^{2014} r^{a_k}$ を最小にする数列 $\{a_n\}$ の第 2014 項を求め、そのときの最小値を r の式で表せ。

