A 1

数　　学

（2013 年度）

〔注意事項〕

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答には黒鉛筆または黒シャープペンシルを使用しなさい。
3. 氏名および受験番号を解答用紙の所定の記入欄に必ず記入しなさい。
4. この問題冊子には，問題 1, 2, 3 があります。全ての問題に解答しなさい。
5. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 解答は必ず解答用紙の指定箇所（問題番号と一致するところ）に記入しなさい。
7. 下書きにはこの問題冊子の余白を使用しなさい。
8. 試験終了後，問題冊子を持ち帰りなさい。

1 実数 a，x，y，z が

$$\begin{cases} x+y+z=a \\ x^2+y^2+z^2=a^2-2a+14 \\ x^3+y^3+z^3=a^3-3a^2+3a+18 \end{cases}$$

を満たすとき，次の問いに答えよ。

(1) $xy+yz+zx$ および xyz を a の式で表せ。

(2) x，y，z のうち少なくとも 2 つが等しいとき，a，x，y，z を求めよ。

2 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \int_0^2 \left(|t^2 - xt| + \frac{1}{2}|t - 2x| \right) dt$$

で定める。次の問いに答えよ。

(1) $f(x)$ を求めよ。

(2) $f(x)$ が最小値をとるときの x の値を求めよ。

3 1つの整数を表示する装置がある。最初に2013が表示されている。さいころを1回投げるたびに次の操作 $(*)$ を行う。

$(*)$ 表示されている整数をさいころの出た目の数で割った余り r を求め，装置に r を表示させる。

さいころを n 回投げたとき，最後に装置に表示されている整数が0である確率を a_n，1である確率を b_n，3である確率を c_n とする。

次の問いに答えよ。

(1) a_1，b_1，c_1 を求めよ。

(2) a_n，b_n，c_n を a_{n-1}，b_{n-1}，c_{n-1} を用いて表せ。

(3) a_n，b_n，c_n を n の式で表せ。