

入学試験過去問題

数 学

横浜国立大学（文系）

対象年度：2012年

試験時間：90分

問題数：3問

第 1 問

xy 平面上に n 個の点 $P_k(x_k, y_k)$ ($k = 1, 2, 3, \dots, n$) がある。

$$a = \sum_{k=1}^n x_k^2, \quad b = \sum_{k=1}^n y_k^2, \quad c = \sum_{k=1}^n x_k y_k$$

とおく。さらに、 P_k と直線 $\ell : x \cos \theta - y \sin \theta = 0$ の距離を d_k とし、

$$L = \sum_{k=1}^n d_k^2$$

とおく。次の問いに答えよ。

- (1) L を a, b, c, θ を用いて表せ。
- (2) θ が $0 \leq \theta < \pi$ の範囲を動くとき、 L の最大値と最小値を a, b, c を用いて表せ。
- (3) $a \neq b$ または $c \neq 0$ のとき、 L を最大にする ℓ を ℓ_1 、最小にする ℓ を ℓ_2 とする。 ℓ_1 と ℓ_2 は直交することを示せ。

第 2 問

次の問いに答えよ。

- (1) k を 0 以上の整数とすると、

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} \leq k$$

を満たす 0 以上の整数 x, y の組 (x, y) の個数を a_k とする。 a_k を k の式で表せ。

- (2) n を 0 以上の整数とすると、

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + z \leq n$$

を満たす 0 以上の整数 x, y, z の組 (x, y, z) の個数を b_n とする。 b_n を n の式で表せ。

第 3 問

xy 平面上に曲線 $C : y = \frac{1}{2}x^2$ がある。 C 上の点 $P\left(t, \frac{1}{2}t^2\right)$ ($t \neq 1$) における接線を、 P を中心として反時計回りに 45° 回転して得られる直線を ℓ とする。次の問いに答えよ。

- (1) ℓ の方程式を求めよ。
- (2) C と ℓ で囲まれる部分の面積 $S(t)$ を求めよ。
- (3) $S(t)$ を最小にする t の値を求めよ。