A 1

数　　学

（2010 年度）

〔注意事項〕

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答には黒鉛筆または黒シャープペンシルを使用しなさい。
3. 氏名および受験番号を解答用紙の所定の記入欄に必ず記入しなさい。
4. この問題冊子には，問題 1, 2, 3 があります。全ての問題に解答しなさい。
5. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 解答は必ず解答用紙の指定箇所（問題番号と一致するところ）に記入しなさい。
7. 下書きにはこの問題冊子の余白を使用しなさい。
8. 試験終了後，問題冊子を持ち帰りなさい。

1 実数 a に対し，関数

$$f(x) = \cos 2x + 4a\cos x + 2a + 5$$

を考える。$f(x)$ の最小値を $m(a)$ とする。次の問いに答えよ。

(1) 方程式 $f(x) = 0$ が解をもたないような a の範囲を求めよ。

(2) (1) で求めた範囲の a について，$m(a)$ を求めよ。

(3) a が (1) で求めた範囲を動くとき，$m(a)$ の最大値を求めよ。また，そのときの a の値を求めよ。

(4) (3) で求めた a に対し，$f(x) = m(a)$ となる x の値を求めよ。

2 △ABC があり，AB = 3，BC = 7，CA = 5 を満たしている。△ABC の内心を I，$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}} = \overrightarrow{c}$ とおく。次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AI}}$ を $\overrightarrow{b}$ と $\overrightarrow{c}$ を用いて表せ。

(2) △ABC の面積を求めよ。

(3) 辺 AB 上に点 P，辺 AC 上に点 Q を，3 点 P，I，Q が一直線上にあるようにとるとき，△APQ の面積 S のとりうる値の範囲を求めよ。

3 xy 平面上の点 A を次のルール $(*)$ に従って動かす試行を繰り返す。

$$(*)\quad \begin{cases} \text{1 個のさいころを投げ,} \\ \text{(a)}\quad \text{1 または 2 の目が出たとき，} x \text{ 軸の正の方向に 1 動かす。} \\ \text{(b)}\quad \text{3 または 4 の目が出たとき，} y \text{ 軸の正の方向に 1 動かす。} \\ \text{(c)}\quad \text{5 または 6 の目が出たとき，動かさない。} \end{cases}$$

A は始め原点 O にある。直線 $x+y=3$ を ℓ として，次の問いに答えよ。

(1) 5 回の試行後，A が $(2,\ 1)$ にある確率を求めよ。

(2) $n \geqq 3$ に対し，n 回の試行後，A が ℓ 上にある確率を求めよ。

(3) A が ℓ 上に来たとき，または (c) が合計 2 回生じたとき，試行を終了する。

(i) A が ℓ 上に来て試行が終了する確率を求めよ。

(ii) 終了までの試行回数の期待値を求めよ。