A 1

数　　学

（2009 年度）

〔注意事項〕

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答には黒鉛筆または黒シャープペンシルを使用しなさい。
3. 氏名および受験番号を解答用紙の所定の記入欄に必ず記入しなさい。
4. この問題冊子には，問題 1, 2, 3 があります。全ての問題に解答しなさい。
5. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 解答は必ず解答用紙の指定箇所（問題番号と一致するところ）に記入しなさい。
7. 下書きにはこの問題冊子の余白を使用しなさい。
8. 試験終了後，問題冊子を持ち帰りなさい。

1 四面体 OABC において，$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \overrightarrow{c}$ とする。辺 OA を $p : 1-p$ $(0 < p < 1)$ に内分する点を P，線分 PB を $q : 1-q$ $(0 < q < 1)$ に内分する点を Q，線分 QC を $r : 1-r$ $(0 < r < 1)$ に内分する点を R とする。3 点 A，B，C が定める平面と直線 OR が交わる点を S とする。次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OR}}$ を $\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{c}$，p，q，r を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OS}}$ を $\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{c}$，p，q，r を用いて表せ。

(3) 四面体 OABC の体積を V_1，四面体 OPQS の体積を V_2 とする。$\dfrac{V_2}{V_1}$ を p，q，r を用いて表せ。

2 xy 平面上に円 $C : x^2 + y^2 = 1$ がある。C の外部の点 $\mathrm{P}\,(s,\ t)$ $(t \neq \pm 1)$ から C へ引いた 2 つの接線と直線 $y = 1$ との交点を Q，R とする。次の問いに答えよ。

(1) 線分 QR の長さを s，t を用いて表せ。

(2) QR の長さが 2 であるように P が動くとき，P の軌跡を求め，図示せよ。

3 赤，青，黄の 3 色を用いて，横一列に並んだ n 個のマスを，隣り合うマスは異なる色になるように塗り分ける。ただし，使わない色があってもよい。両端のマスが同じ色になる場合の数を a_n とし，両端のマスが異なる色になる場合の数を b_n とする。次の問いに答えよ。

(1) a_3，b_3，a_4，b_4 を求めよ。

(2) a_n，b_n $(n \geqq 3)$ を n の式で表せ。