

A 1

数 学

(2007 年度)

〔注意事項〕

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答には黒鉛筆または黒シャープペンシルを使用しなさい。
3. 氏名および受験番号を解答用紙の所定の記入欄に必ず記入しなさい。
4. この問題冊子には、問題 1, 2, 3 があります。全ての問題に解答しなさい。
5. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 解答は必ず解答用紙の指定箇所（問題番号と一致するところ）に記入しなさい。
7. 下書きにはこの問題冊子の余白を使用しなさい。
8. 試験終了後、問題冊子を持ち帰りなさい。

1

(1) 連立方程式

$$\begin{cases} \log_{2x} y + \log_x 2y = 1 \\ \log_2 xy = 1 \end{cases}$$

を解け。

(2) $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta = \frac{13}{27}$ ($90^\circ < \theta < 180^\circ$) のとき, $\sin \theta$ および $\cos \theta$ の値を求めよ。

2 a を正の数とする。 xy 平面上の曲線 $C_1 : y = x^2$ 上のすべての点を点 $\left(a, \frac{2}{3}a^2 + 1\right)$ に関して対称移動して得られる曲線を C_2 とする。次の問いに答えよ。

(1) C_2 の方程式を求めよ。

(2) C_1 と C_2 が異なる 2 点で交わるような a の範囲を求めよ。

(3) a が (2) の範囲を動くとき、 C_1 と C_2 の 2 交点 P, Q および点 $R(0, 2)$ を頂点とする三角形の面積を最大にする a の値を求めよ。

3 k を自然数とすると、

$$x < y < k < x + y$$

をみたす自然数の組 (x, y) の個数を a_k とする。次の問いに答えよ。

(1) a_7, a_8 を求めよ。

(2) n を自然数とすると、 a_{2n-1}, a_{2n} を n の式で表せ。

(3) n を自然数とすると、 $\sum_{k=1}^{2n} a_k$ を n の式で表せ。

