

入学試験過去問題

数 学

横浜国立大学（文系）

対象年度：2006 年

試験時間：90 分

問題数：3 問

第 1 問

平面上に $\triangle OAB$ があり、 $OA = 5$, $OB = 6$, $AB = 7$ を満たしている。 s, t を実数とし、点 P を $\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$ によって定める。次の問いに答えよ。

- (1) $\triangle OAB$ の面積を求めよ。
- (2) s, t が $s \geq 0, t \geq 0, 1 \leq s + t \leq 2$ を満たすとき、点 P が存在しうる部分の面積を求めよ。
- (3) s, t が $s \geq 0, t \geq 0, 1 \leq 2s + t \leq 2, s + 3t \leq 3$ を満たすとき、点 P が存在しうる部分の面積を求めよ。

第 2 問

xy 平面上に曲線 $C: y = 2x^2 - 3x + 2 + (x - 2)|x - 1|$ と直線 $\ell: y = ax - a + 1$ がある。 C と ℓ で囲まれる部分の面積を $S(a)$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) $S(a)$ を求めよ。
- (2) $S(a)$ の最小値を求めよ。

第 3 問

数列 $\{a_n\}$ に対し,

$$S_n = \sum_{k=1}^n a_k, \quad T_n = \sum_{k=1}^n a_k^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

とおく。すべての自然数 n に対して, $a_n > 0$ および関係式

$$(3n^2 + 3n - 1)S_n = 5T_n$$

が成り立つものとする。次の問いに答えよ。

- (1) a_1, a_2, a_3 を求めよ。
- (2) 一般項 a_n を推測し, その推測が正しいことを数学的帰納法を用いて証明せよ。