A 1

数　　学

（2006 年度）

〔注意事項〕

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答には黒鉛筆または黒シャープペンシルを使用しなさい。
3. 氏名および受験番号を解答用紙の所定の記入欄に必ず記入しなさい。
4. この問題冊子には，問題 1, 2, 3 があります。全ての問題に解答しなさい。
5. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 解答は必ず解答用紙の指定箇所（問題番号と一致するところ）に記入しなさい。
7. 下書きにはこの問題冊子の余白を使用しなさい。
8. 試験終了後，問題冊子を持ち帰りなさい。

1 平面上に $\triangle$OAB があり，OA $= 5$，OB $= 6$，AB $= 7$ を満たしている。s，t を実数とし，点 P を $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = s\overrightarrow{\mathrm{OA}} + t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ によって定める。次の問いに答えよ。

(1) $\triangle$OAB の面積を求めよ。

(2) s，t が $s \geqq 0$，$t \geqq 0$，$1 \leqq s + t \leqq 2$ を満たすとき，点 P が存在しうる部分の面積を求めよ。

(3) s，t が $s \geqq 0$，$t \geqq 0$，$1 \leqq 2s + t \leqq 2$，$s + 3t \leqq 3$ を満たすとき，点 P が存在しうる部分の面積を求めよ。

2 xy 平面上に曲線 $C : y = 2x^2 - 3x + 2 + (x-2)|x-1|$ と直線 $\ell : y = ax - a + 1$ がある。C と ℓ で囲まれる部分の面積を $S(a)$ とする。次の問いに答えよ。

(1) $S(a)$ を求めよ。

(2) $S(a)$ の最小値を求めよ。

3 数列 $\{a_n\}$ に対し，

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k, \quad T_n = \sum_{k=1}^{n} a_k^2 \qquad (n = 1,\, 2,\, 3,\, \cdots)$$

とおく。すべての自然数 n に対して，$a_n > 0$ および関係式

$$(3n^2 + 3n - 1)S_n = 5T_n$$

が成り立つものとする。次の問いに答えよ。

(1) a_1，a_2，a_3 を求めよ。

(2) 一般項 a_n を推測し，その推測が正しいことを数学的帰納法を用いて証明せよ。