

A 1

数 学

(2005 年度)

〔注意事項〕

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答には黒鉛筆または黒シャープペンシルを使用しなさい。
3. 氏名および受験番号を解答用紙の所定の記入欄に必ず記入しなさい。
4. この問題冊子には、問題 1, 2, 3 があります。全ての問題に解答しなさい。
5. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 解答は必ず解答用紙の指定箇所（問題番号と一致するところ）に記入しなさい。
7. 下書きにはこの問題冊子の余白を使用しなさい。
8. 試験終了後、問題冊子を持ち帰りなさい。

1 次の問いに答えよ。

(1) 次の式をともにみたす x, y の組をすべて求めよ。

$$\begin{cases} \log_2 xy = \log_2 x \cdot \log_2 y \\ \log_2 \frac{y}{x} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

(2) t は 0 以上の値をとりながら変化する。 xy 平面上において、点 $(2, 1)$ が常に円

$$(x - t - 1)^2 + y^2 = \frac{a}{t + 1}$$

の外部にあるような正の定数 a の条件を求めよ。

2 s, t は $0 < s < 1, 0 < t < 1$ をみたす定数とする。平面上に異なる 2 点 A, B と直線 AB 上にない点 P があり、 P は次の条件をみたしながら動く。

線分 PA を $s : (1 - s)$ に内分する点を Q , 線分 PB を $t : (1 - t)$ に内分する点を R とするとき、 $\overrightarrow{AR}$ と $\overrightarrow{BQ}$ が直交する。

$\overrightarrow{PA} = \vec{a}, \overrightarrow{PB} = \vec{b}$ として、次の問いに答えよ。

(1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を $|\vec{a}|, |\vec{b}|, s, t$ を用いて表せ。

(2) $t|\vec{b}| < |\vec{a}| < \frac{|\vec{b}|}{s}$ が成り立つことを示せ。

(3) $\cos \angle APB$ の最小値を s, t を用いて表せ。

3 a を正の定数とする。 xy 平面上の曲線 $C : y = x^3 - ax$ 上の点 $P(t, t^3 - at)$ を通り、 P における接線と直交する直線を ℓ とする。

次の問いに答えよ。

(1) ℓ の方程式を求めよ。

(2) C と ℓ が異なる 3 点で交わるような t の範囲を求めよ。

