

A 1

数 学

(2003 年度)

〔注意事項〕

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答には黒鉛筆または黒シャープペンシルを使用しなさい。
3. 氏名および受験番号を解答用紙の所定の記入欄に必ず記入しなさい。
4. この問題冊子には、問題 1, 2, 3 があります。全ての問題に解答しなさい。
5. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 解答は必ず解答用紙の指定箇所（問題番号と一致するところ）に記入しなさい。
7. 下書きにはこの問題冊子の余白を使用しなさい。
8. 試験終了後、問題冊子を持ち帰りなさい。

1

- (1) $\triangle ABC$ において $a = BC$, $b = CA$, $c = AB$ とする。

$$a^2 \cos A \sin B = b^2 \cos B \sin A$$

が成り立つとき, $\triangle ABC$ はどのような形か。

- (2) n を 6 以上の自然数とする。 $(x+1)^n$ の展開式における x^4 , x^5 , x^6 の係数がこの順に等差数列をなすとき, n およびこの等差数列の公差を求めよ。

2 xy 平面上に中心 $(0, 1)$, 半径 1 の円 C がある。

直線 $\ell : px + qy = 1$ ($p > 0, q > 0$) が C に接しているとき, 次の問いに答えよ。

(1) q を p を用いて表せ。

(2) x 軸, y 軸および ℓ で囲まれる三角形の面積を最小にするような p, q の値を求めよ。

3 数列 $\{a_n\}$ は

$$\begin{cases} a_1 = 0 \\ a_{2n+1} = a_{2n} = a_n + n \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

を満たす。次の問いに答えよ。

(1) $a_2, a_3, a_4, \dots, a_8$ を求めよ。

(2) $n = 2^m$ ($m = 0, 1, 2, \dots$) のとき, a_n を m を用いて表せ。

(3) $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して

$$a_n < n$$

であることを証明せよ。

