

A 1

数 学

(2001 年度)

〔注意事項〕

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答には黒鉛筆または黒シャープペンシルを使用しなさい。
3. 氏名および受験番号を解答用紙の所定の記入欄に必ず記入しなさい。
4. この問題冊子には、問題 1, 2, 3, 4 があります。全ての問題に解答しなさい。
5. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 解答は必ず解答用紙の指定箇所（問題番号と一致するところ）に記入しなさい。
7. 下書きにはこの問題冊子の余白を使用しなさい。
8. 試験終了後、問題冊子を持ち帰りなさい。

1 曲線 $C_1: y = ax^2$ ($a > 0$) と曲線 $C_2: y = |x(x-1)|$ がある。次の問いに答えよ。

(1) C_1 と C_2 の共有点の x 座標をすべて求めよ。

(2) C_1 と C_2 で囲まれる部分の面積を求めよ。

2 a, b, c を整数とし, x の 3 次方程式

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0$$

は次の 2 つの条件を満たすとする。

- (i) 1 つの正の実数解と 2 つの虚数解をもつ。
- (ii) 解の絶対値はすべて 1 である。

このとき, 整数の組 (a, b, c) をすべて求めよ。

3 a は $0 < a < 10$ を満たす定数とする。 xy 平面上に、関数

$$y = \begin{cases} 7 - \frac{x}{2} & (a < x < 10) \\ 12 - x & (10 \leq x < 12) \end{cases}$$

のグラフがある。点 (x, y) がこのグラフ上を動くとき、 (x, y) , (a, y) , $(a, 0)$, $(x, 0)$ を頂点とする長方形の面積が最大となるときの x を求めよ。

4 自然数 n に対して、 $\sqrt{n}$ に最も近い整数を a_n とする。次の問いに答えよ。

(1) a_7, a_{50} を求めよ。

(2) $a_n = 100$ となる自然数 n の個数を求めよ。

(3) $\sum_{k=1}^{2001} a_k$ の値を求めよ。

