A 1

数　　学

（2000 年度）

〔注意事項〕

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答には黒鉛筆または黒シャープペンシルを使用しなさい。
3. 氏名および受験番号を解答用紙の所定の記入欄に必ず記入しなさい。
4. この問題冊子には，問題 1, 2, 3, 4 があります。全ての問題に解答しなさい。
5. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 解答は必ず解答用紙の指定箇所（問題番号と一致するところ）に記入しなさい。
7. 下書きにはこの問題冊子の余白を使用しなさい。
8. 試験終了後，問題冊子を持ち帰りなさい。

1 自然数 a，b，c，d が $a^2+b^2+c^2=d^2$ を満たしている。次の問いに答えよ。

(1) d が 3 で割りきれるならば，a，b，c はすべて 3 で割りきれるか，a，b，c のどれも 3 で割りきれないかのどちらかであることを示せ。

(2) a，b，c のうち偶数が少なくとも 2 つあることを示せ。

2 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_0 = 1, \quad a_n = \sum_{k=1}^{n} 3^k a_{n-k} \quad (n = 1,\, 2,\, 3,\, \cdots)$$

で定める。次の問いに答えよ。

(1) a_1，a_2，a_3 をそれぞれ求めよ。

(2) a_n を求めよ。

3 z を絶対値 1，偏角 θ の複素数とする。ただし，θ は $0^\circ < \theta < 120^\circ$ の範囲を動くものとする。複素数 1，z，z^3 の表す複素数平面上の点をそれぞれ P，Q，R とし，三角形 PQR の重心を表す複素数を w とする。

(1) w を z で表せ。

(2) $|w|^2$ の最小値を求めよ。

4 xy 平面上で，曲線

$$y = \begin{cases} -x^2 + 4 & (x < 1) \\ x^2 - 4x + 6 & (x \geqq 1) \end{cases}$$

と x 軸および 2 つの直線 $x = t$，$x = t + 1$ によって囲まれた図形の面積を S とする。次の問いに答えよ。

(1) $t \geqq -2$ の範囲で，S を t の式で表せ。

(2) (1) で求めた S のグラフを描け。