

# 入 学 試 験 問 題



## 数 学 (理科)

(配点 120 点)

1989 年度 試験時間 150 分

### 注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 2 枚の解答用紙が渡されますが、青色刷りの第 1 解答用紙には、第 1 問～第 3 問について、茶色刷りの第 2 解答用紙には、第 4 問～第 6 問について解答しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号（表面 2 箇所、裏面 1 箇所）、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外にこれらを記入してはいけません。
- 6 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入しなさい。
- 7 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。また、解答用紙の欄外の余白には、何も書いてはいけません。
- 8 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 9 解答用紙は、持ち帰ってはいけません。
- 10 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。



# 計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

## 第 1 問

$k > 0$  とする。 $xy$  平面上の二曲線

$$y = k(x - x^3), \quad x = k(y - y^3)$$

が第 1 象限に  $\alpha \neq \beta$  なる交点  $(\alpha, \beta)$  をもつような  $k$  の範囲を求めよ。

# 計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

## 第 2 問

$xy$  平面上に  $y = -1$  を準線, 点  $F(0, 1)$  を焦点とする放物線がある。この放物線上の点  $P(a, b)$  を中心として, 準線に接する円  $C$  を描き, 接点を  $H$  とする。 $a > 2$  とし, 円  $C$  と  $y$  軸との交点のうち  $F$  と異なるものを  $G$  とする。扇形  $PFH$  (中心角の小さい方) の面積を  $S(a)$ , 三角形  $PGF$  の面積を  $T(a)$  とするとき,  $a \rightarrow \infty$  としたときの極限値  $\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{T(a)}{S(a)}$  を求めよ。

# 計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

### 第 3 問

虚部が正の複素数の全体を  $H$  とする。すなわち,

$$H = \{z = x + iy \mid x, y \text{ は実数で } y > 0\}$$

とする。以下  $z$  を  $H$  に属する複素数とする。 $q$  を正の実数とし,

$$f(z) = \frac{z + 1 - q}{z + 1}$$

とおく。

(1)  $f(z)$  もまた  $H$  に属することを示せ。

(2)  $f_1(z) = f(z)$  と書き, 以下  $n = 2, 3, 4, \dots$  に対して

$$f_2(z) = f(f_1(z)), \quad f_3(z) = f(f_2(z)), \quad \dots, \quad f_n(z) = f(f_{n-1}(z)), \quad \dots$$

とおく。このとき,  $H$  のすべての元  $z$  に対して  $f_{10}(z) = f_5(z)$  が成立するような  $q$  の値を求めよ。

# 計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 4 問

$\frac{10^{210}}{10^{10} + 3}$  の整数部分のけた数と, 1 の位の数字を求めよ。ただし,  $3^{21} = 10460353203$  を用いてよい。

# 計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

## 第 5 問

$f(x) = \pi x^2 \sin \pi x^2$  とする。 $y = f(x)$  のグラフの  $0 \leq x \leq 1$  の部分と  $x$  軸とで囲まれた図形を  $y$  軸のまわりに回転させてできる立体の体積  $V$  は  $V = 2\pi \int_0^1 x f(x) dx$  で与えられることを示し、この値を求めよ。

# 計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

## 第 6 問

3 個の赤玉と  $n$  個の白玉を無作為に環状に並べるものとする。このとき白玉が連続して  $k+1$  個以上並んだ箇所が現れない確率を求めよ。ただし  $\frac{n}{3} \leq k \leq \frac{n}{2}$  とする。

# 計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

# 計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

# 計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

# 計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

# 計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

# 計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)







