

入 学 試 験 問 題



数 学 (理科)

(配点 120 点)

1988 年度 試験時間 150 分

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 2 枚の解答用紙が渡されますが、青色刷りの第 1 解答用紙には、第 1 問～第 3 問について、茶色刷りの第 2 解答用紙には、第 4 問～第 6 問について解答しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号（表面 2 箇所、裏面 1 箇所）、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外にこれらを記入してはいけません。
- 6 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入しなさい。
- 7 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。また、解答用紙の欄外の余白には、何も書いてはいけません。
- 8 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 9 解答用紙は、持ち帰ってはいけません。
- 10 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 1 問

xy 平面上の一次変換 f が次の 3 条件をみたすとする。

- (i) 点 $(1, 0)$ は f により第 4 象限の内部にうつる。
- (ii) 点 $(0, 1)$ は f により第 2 象限の内部にうつる。
- (iii) 点 $(1, 1)$ は f により第 1 象限の内部にうつる。

このとき f には逆変換が存在することを示せ。また、点 P の像 $f(P)$ が第 1 象限の内部にあれば、点 P も第 1 象限の内部にあることを示せ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 2 問

空間内に平面 α がある。一辺の長さ 1 の正四面体 V の α 上への正射影の面積を S とし、 V がいろいろと位置を変えるとときの S の最大値と最小値を求めよ。

ただし、空間の点 P を通って α に垂直な直線が α と交わる点を P の α 上への正射影といい、空間図形 V の各点の α 上への正射影全体のつくる α 上の図形を V の α 上への正射影という。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 3 問

C を $y = x^3 - x$, $-1 \leq x \leq 1$ で与えられる xy 平面上の図形とする。次の条件をみたす xy 平面上の点 P 全体の集合を図示せよ。

「 C を平行移動した図形で、点 P を通り、かつもとの図形 C との共有点がただ 1 点であるようなものが、ちょうど 3 個存在する。」

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 4 問

xy 平面上で原点から傾き a ($a > 0$) で出発し折れ線状に動く点 P を考える。ただし、点 P の y 座標はつねに増加し、その値が整数になるごとに動く方向の傾きが s 倍 ($s > 0$) に変化するものとする。

P の描く折れ線が直線 $x = b$ ($b > 0$) を横切るための a, b, s に関する条件を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 5 問

xyz 空間において、 xz 平面上の $0 \leq z \leq 2 - x^2$ で表される図形を z 軸のまわりに回転して得られる不透明な立体を V とする。 V の表面上 z 座標 1 のところにひとつの点光源 P がある。

xy 平面上の原点を中心とする円 C の、 P からの光が当たっている部分の長さが 2π であるとき、 C のかげの部分の長さを求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 6 問

空間内の点 O に対して, 4 点 A, B, C, D を

$$OA = 1, \quad OB = OC = OD = 4$$

をみたすようにとるとき, 四面体 $ABCD$ の体積の最大値を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

