

入 学 試 験 問 題



数 学 (理科)

(配点 120 点)

1987 年度 試験時間 150 分

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 2 枚の解答用紙が渡されますが、青色刷りの第 1 解答用紙には、第 1 問～第 3 問について、茶色刷りの第 2 解答用紙には、第 4 問～第 6 問について解答しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号（表面 2 箇所、裏面 1 箇所）、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外にこれらを記入してはいけません。
- 6 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入しなさい。
- 7 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。また、解答用紙の欄外の余白には、何も書いてはいけません。
- 8 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 9 解答用紙は、持ち帰ってはいけません。
- 10 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 1 問

行列 $A = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$ の表す xy 平面の一次変換が、直線 $y = 2x+1$ を直線 $y = -3x-1$ へうつすとする。点 $P(1, 2)$ がうつる点を Q とし、原点を O とするとき、二直線 OP と OQ のなす角の大きさを求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 2 問

点 (x, y) を点 $(x + a, y + b)$ にうつす平行移動によって曲線 $y = x^2$ を移動して得られる曲線を C とする。 C と曲線 $y = \frac{1}{x}$, $x > 0$ が接するような a, b を座標とする点 (a, b) の存在する範囲の概形を図示せよ。

また、この二曲線が接する点以外に共有点を持たないような a, b の値を求めよ。ただし、二曲線がある点で接するとは、その点で共通の接線を持つことである。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 3 問

xyz 空間内の点 $P(0, 0, 1)$ を中心とする半径 1 の球面 K がある。

K 上の点 $Q(a, b, c)$ が条件 $a > 0, b > 0, c > 1$ のもとで K 上を動くとき、 Q において K に接する平面を L とし、 L が x 軸、 y 軸、 z 軸と交わる点をそれぞれ A, B, C とする。このような三角形 ABC の面積の最小値を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 4 問

xyz 空間において、点 P は yz 平面上の放物線 $z = 1 - y^2$ 上にあるとする。点 $A(1, 0, 1)$ と P を結ぶ直線を x 軸のまわりに回転して得られる曲面と二平面 $x = 0$, $x = 1$ とによって囲まれる部分の体積を V とする。 V を P の y 座標で表せ。また V の最小値を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 5 問

n を 2 以上の自然数とする。 $x_1 \geq x_2 \geq \cdots \geq x_n$ および $y_1 \geq y_2 \geq \cdots \geq y_n$ を満足する数列 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ および $y_1, y_2, \cdots, y_n$ が与えられている。 $y_1, y_2, \cdots, y_n$ を並べ替えて得られるどのような数列 $z_1, z_2, \cdots, z_n$ に対しても

$$\sum_{j=1}^n (x_j - y_j)^2 \leq \sum_{j=1}^n (x_j - z_j)^2$$

が成り立つことを証明せよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 6 問

正六角形の頂点に 1 から 6 までの番号を順につける。また n 個のサイコロを振り、出た目を番号とするすべての頂点にしるしをつけるものとする。このとき、しるしをついた三点を頂点とする直角三角形が存在する確率を p_n とする。

(1) p_3, p_4 を求めよ。

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log(1 - p_n)$ を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

