

入学試験過去問題

数 学

東京大学（理科）

対象年度：1983年

試験時間：150分

問題数：6問

配点：120点

第 1 問

行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ が表す xy 平面の 1 次変換 f が、次の条件 (1), (2) をみたすとする。

(1) f は、任意の三角形をそれと相似な三角形にうつす。

(2) f は、点 $(1, \sqrt{3})$ を点 $(-2, 2\sqrt{3})$ にうつす。

このような行列 A をすべて求めよ。

第 2 問

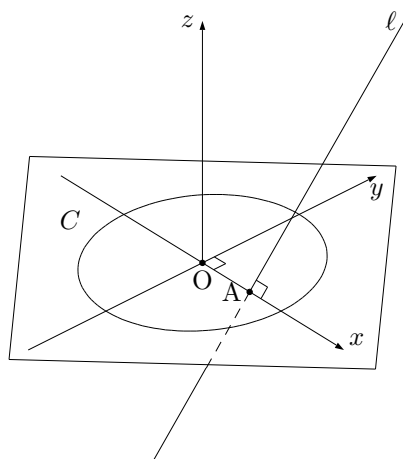
数列 $\{a_n\}$ において、 $a_1 = 1$ であり、 $n \geq 2$ に対して a_n は、次の条件 (1), (2) をみたす自然数のうち最小のものであるという。

- (1) a_n は、 $a_1, \dots, a_{n-1}$ のどの項とも異なる。
- (2) $a_1, \dots, a_{n-1}$ のうちから重複なくどのように項を取り出しても、それらの和が a_n に等しくなることはない。

このとき、 a_n を n で表し、その理由を述べよ。

第 3 問

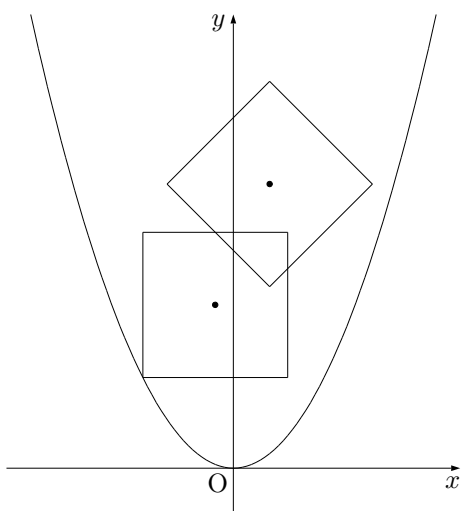
平面上に点 O を中心とする半径 1 の円 C がある。また、この平面上の O と異なる点 A を通って直線 OA と垂直な空間直線 l があり、平面とのなす角が 45° である。このとき、円 C と直線 l の間の最短距離を、2 点 O, A 間の距離 a で表せ。



第 4 問

xy 平面上の $y \geq x^2$ で表される領域を D とする。 D に含まれる 1 辺の長さ t の正方形で、各辺が座標軸と平行または 45° の角をなすものをすべて考える。

このとき、これらの正方形の中心の y 座標の最小値を t の関数として表し、そのグラフをかけ。



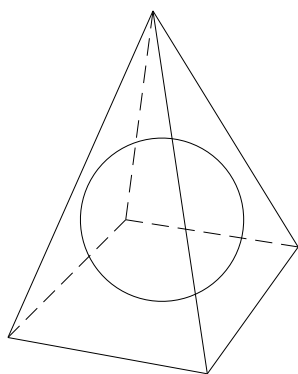
第 5 問

正四角錐 V に内接する球を S とする。 V をいろいろ変えるとき、比

$$R = \frac{S \text{ の表面積}}{V \text{ の表面積}}$$

のとりうる値のうち、最大のものを求めよ。

ここで正四角錐とは、底面が正方形で、底面の中心と頂点を結ぶ直線が底面に垂直であるような角錐のこととする。



第 6 問

放物線 $y = \frac{3}{4} - x^2$ を y 軸のまわりに回転して得られる曲面 K を，原点を通り回転軸と 45° の角をなす平面 H で切る。曲面 K と平面 H で囲まれた立体の体積を求めよ。