

入 学 試 験 問 題



数 学 (理科)

(配点 120 点)

1983 年度 試験時間 150 分

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 2 枚の解答用紙が渡されますが、青色刷りの第 1 解答用紙には、第 1 問～第 3 問について、茶色刷りの第 2 解答用紙には、第 4 問～第 6 問について解答しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号（表面 2 箇所、裏面 1 箇所）、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外にこれらを記入してはいけません。
- 6 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入しなさい。
- 7 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。また、解答用紙の欄外の余白には、何も書いてはいけません。
- 8 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 9 解答用紙は、持ち帰ってはいけません。
- 10 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 1 問

行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ が表す xy 平面の 1 次変換 f が、次の条件 (1), (2) をみたすとする。

(1) f は、任意の三角形をそれと相似な三角形にうつす。

(2) f は、点 $(1, \sqrt{3})$ を点 $(-2, 2\sqrt{3})$ にうつす。

このような行列 A をすべて求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 2 問

数列 $\{a_n\}$ において、 $a_1 = 1$ であり、 $n \geq 2$ に対して a_n は、次の条件 (1), (2) をみたす自然数のうち最小のものであるという。

- (1) a_n は、 $a_1, \dots, a_{n-1}$ のどの項とも異なる。
- (2) $a_1, \dots, a_{n-1}$ のうちから重複なくどのように項を取り出しても、それらの和が a_n に等しくなることはない。

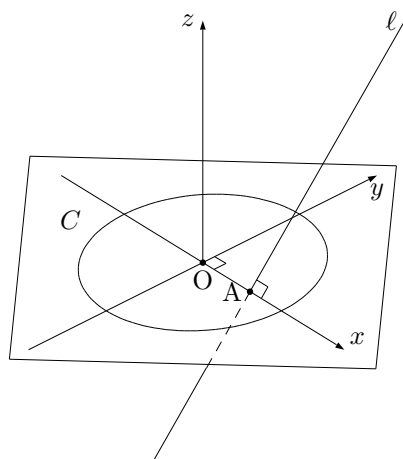
このとき、 a_n を n で表し、その理由を述べよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 3 問

平面上に点 O を中心とする半径 1 の円 C がある。また、この平面上の O と異なる点 A を通って直線 OA と垂直な空間直線 l があり、平面とのなす角が 45° である。このとき、円 C と直線 l の間の最短距離を、2 点 O, A 間の距離 a で表せ。



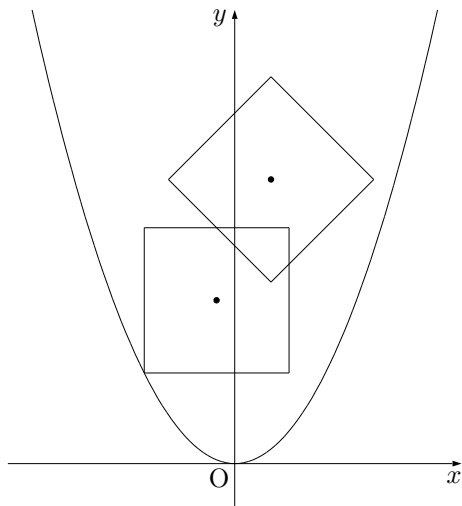
計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 4 問

xy 平面上の $y \geq x^2$ で表される領域を D とする。 D に含まれる 1 辺の長さ t の正方形で、各辺が座標軸と平行または 45° の角をなすものをすべて考える。

このとき、これらの正方形の中心の y 座標の最小値を t の関数として表し、そのグラフをかけ。



計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

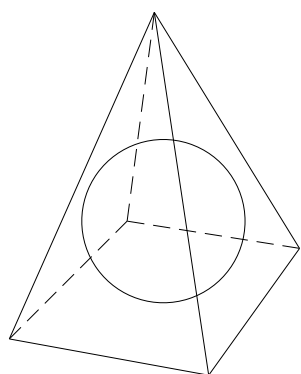
第 5 問

正四角錐 V に内接する球を S とする。 V をいろいろ変えるとき、比

$$R = \frac{S \text{ の表面積}}{V \text{ の表面積}}$$

のとりうる値のうち、最大のものを求めよ。

ここで正四角錐とは、底面が正方形で、底面の中心と頂点を結ぶ直線が底面に垂直であるような角錐のこととする。



計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 6 問

放物線 $y = \frac{3}{4} - x^2$ を y 軸のまわりに回転して得られる曲面 K を, 原点を通り回転軸と 45° の角をなす平面 H で切る。曲面 K と平面 H で囲まれた立体の体積を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

