

入 学 試 験 問 題



数 学 (理科)

(配点 120 点)

1982 年度 試験時間 150 分

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 2 枚の解答用紙が渡されますが、青色刷りの第 1 解答用紙には、第 1 問～第 3 問について、茶色刷りの第 2 解答用紙には、第 4 問～第 6 問について解答しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号（表面 2 箇所、裏面 1 箇所）、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外にこれらを記入してはいけません。
- 6 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入しなさい。
- 7 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。また、解答用紙の欄外の余白には、何も書いてはいけません。
- 8 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 9 解答用紙は、持ち帰ってはいけません。
- 10 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 1 問

行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ によって定まる xy 平面の 1 次変換を f とする。原点以外のある点 P が f によって P 自身にうつされるならば、原点を通らない直線 l であって、 l のどの点も f によって l の点にうつされるようなものが存在することを証明せよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 2 問

正 4 面体 T と半径 1 の球面 S とがあって、 T の 6 つの辺がすべて S に接しているという。 T の 1 辺の長さを求めよ。つぎに、 T の外側にあつて S の内側にある部分の体積を求めよ。

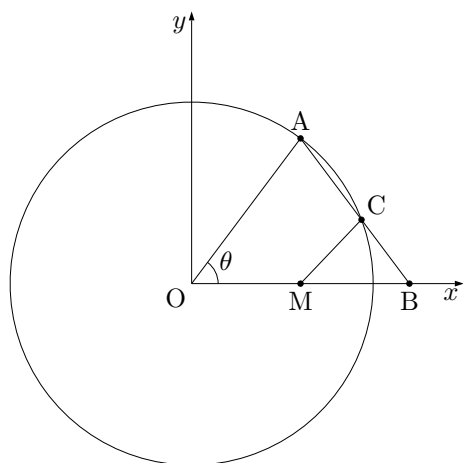
計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 3 問

xy 平面において、点 A は原点 O を中心とする半径 1 の円周の第 1 象限にある部分を動き、点 B は x 軸上を動く。ただし、線分 AB の長さは 1 であり、線分 AB は両端 A , B 以外の点 C で円周と交わるものとする。

- (1) $\theta = \angle AOB$ の取りうる値の範囲を求めよ。
- (2) BC の長さを θ で表せ。
- (3) 線分 OB の中点を M とするとき、線分 CM の長さの範囲を求めよ。

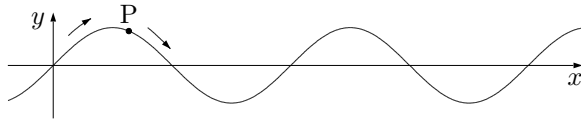


計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 4 問

xy 平面上の曲線 $y = \sin x$ に沿って、図のように左から右へ進む動点 P がある。 P の速さが一定 V ($V > 0$) であるとき、 P の加速度ベクトル $\vec{\alpha}$ の大きさの最大値を求めよ。ただし、 P の速さとは P の速度ベクトル $\vec{v} = (v_1, v_2)$ の大きさであり、また t を時間として $\alpha = \left(\frac{dv_1}{dt}, \frac{dv_2}{dt} \right)$ である。



計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 5 問

xyz 空間において, 不等式

$$0 \leq z \leq 1 + x + y - 3(x - y)y, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad y \leq x \leq y + 1$$

のすべてを満足する x, y, z を座標に持つ点全体がつくる立体の体積を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 6 問

サイコロが 1 の目を上面にして置いてある。向かいあった一組の面の中心を通る直線のまわりに 90° 回転する操作をくりかえすことにより、サイコロの置きかたを変えていく。ただし、各回ごとに、回転軸および回転する向きの選び方は、それぞれ同様に確からしいとする。

第 n 回目の操作のあとに 1 の目が上面にある確率を p_n 、側面のどこかにある確率を q_n 、底面にある確率を r_n とする。

(1) p_1, q_1, r_1 を求めよ。

(2) p_n, q_n, r_n を $p_{n-1}, q_{n-1}, r_{n-1}$ で表せ。

(3) $p = \lim_{n \rightarrow \infty} p_n, q = \lim_{n \rightarrow \infty} q_n, r = \lim_{n \rightarrow \infty} r_n$ を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

