# 入　学　試　験　問　題　前

# 数　学（理科）

（配点 120 点）

1974 年度　　試験時間　150 分

## 注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけません。

2　落丁，乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら，手を挙げて監督者に知らせなさい。

3　解答には，必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。

4　2 枚の解答用紙が渡されますが，青色刷りの第 1 解答用紙には，第 1 問〜第 3 問について，茶色刷りの第 2 解答用紙には，第 4 問〜第 6 問について解答しなさい。

5　**解答用紙の指定欄に，受験番号（表面 2 箇所，裏面 1 箇所），科類，氏名を記入しなさい。指定欄以外にこれらを記入してはいけません。**

6　**解答は，必ず解答用紙の指定された箇所に記入しなさい。**

7　**解答用紙の解答欄に，関係のない文字，記号，符号などを記入してはいけません。また，解答用紙の欄外の余白には，何も書いてはいけません。**

8　この問題冊子の余白は，計算用に使用してもよいが，どのページも切り離してはいけません。

9　解答用紙は，持ち帰ってはいけません。

10　試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

# 計　算　用　紙

（切り離さないで用いよ。）

## 第　1　問

自然数 $n$，$p$ に対し，$n^p$ を十進法で書いたときの 1 の位の数を $f_p(n)$ で表す。ただし，自然数とは，$1, 2, 3, \cdots\cdots$ のことである。

(1)　$n$ が自然数の全体を動くとき，$f_2(n)$ の取る値を全部求めよ。

(2)　あらゆる自然数 $n$ に対して，$f_5(n) = f_1(n)$ が成り立つことを証明せよ。

(3)　$n$ が自然数の全体を動くとき，$f_{100}(n)$ の取る値を全部求めよ。

# 計　算　用　紙

（切り離さないで用いよ。）

## 第　2　問

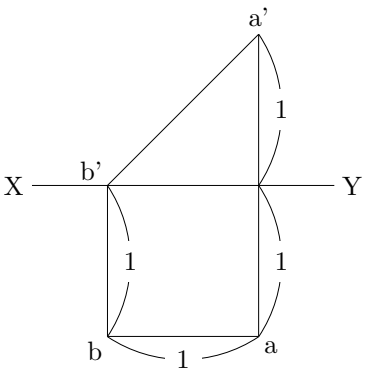
長さ $l$ の線分が，その両端を放物線 $y = x^2$ の上にのせて動く。この線分の中点 M が $x$ 軸にもっとも近い場合の M の座標を求めよ。ただし $l \geqq 1$ とする。

# 計　算　用　紙

（切り離さないで用いよ。）

## 第　3　問

下の図は線分 AB の投影図で，その各部の寸法は図に記入してあるとおりである。この線分の上端 A を通り，AB となす角が 60°，平面面に対する傾きが 30° であるような直線の，平面面上の跡を C とする。点 B の平面図 b を原点とし，ab を $x$ 軸，bb' を $y$ 軸として，点 C の座標を求めよ。



# 計　算　用　紙

（切り離さないで用いよ。）

## 第　4　問

二つの関数 $f(x)$，$g(x)$ が次の性質 1)，2)，3)，4。

1)　$f(x)$，$g(x)$ は $x=0$ において微分可能。

2)　$f(0)=g(0)=0$。

3)　原点において，$y=f(x)$ および $y=g(x)$ のグラフに引いた接線はたがいに直交する。

4)　実数 $a$，$b$，$c$ を適当に取ると，$f'(0)=\lim_{x\to 0}\dfrac{ax+bf(x)}{cx+f(x)}$，$g'(0)=\lim_{x\to 0}\dfrac{ax+bg(x)}{cx+g(x)}$ が成り立つ。

このとき，$a$ の値を求めよ。

# 計　算　用　紙

（切り離さないで用いよ。）

## 第　5　問

原点 O に中心をもつ半径 2 の固定された円板を $A$ とする。半径 1 の円板 $B$ を，その中心 C が点 $(3,\ 0)$ に重なるように置くとき，点 $(4,\ 0)$ に重なる $B$ の周上の点を M とする。$B$ を，$A$ の周囲に沿って滑らないようにころがして，OC が $x$ 軸の正の方向となす角が $\theta$ になったときの，M の位置の座標を $(X,\ Y)$ とする。

$\theta$ が 0 から $\dfrac{\pi}{2}$ まで動くとして，次の問に答えよ。

(1)　$X$ と $Y$ とを $\theta$ の関数として表せ。

(2)　$Y$ の最大値を求めよ。

(3)　M の描く曲線の弧の長さを求めよ。

# 計　算　用　紙

（切り離さないで用いよ。）

## 第　6　問

あるスポーツにおいて，A，B 二チームが試合をして，さきに三回勝った方を優勝とする。一回の試合で A が勝つ確率を $p$，B が勝つ確率を $q$（$p+q=1,\ p>0,\ q>0$）とする。このとき，A が優勝する確率を $P$，B が優勝する確率を $Q$ とし，また，優勝チームがきまるまでの試合数を $N$ として，次の問に答えよ。

(1)　$p>q$ のとき，$P-Q$ と $p-q$ はどちらが大きいか。

(2)　$P-p$ を最大にする $p$ の値を求めよ。

(3)　$N$ の期待値を最大にする $p$ の値およびそのときの $N$ の期待値を求めよ。

# 計　算　用　紙

（切り離さないで用いよ。）

# 計　算　用　紙

（切り離さないで用いよ。）

# 計　算　用　紙

（切り離さないで用いよ。）

# 計　算　用　紙

（切り離さないで用いよ。）

# 計　算　用　紙

（切り離さないで用いよ。）

# 計　算　用　紙

（切り離さないで用いよ。）