

# 入 学 試 験 問 題



## 数 学 (理科)

(配点 120 点)

1973 年度 試験時間 150 分

### 注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 2 枚の解答用紙が渡されますが、青色刷りの第 1 解答用紙には、第 1 問～第 3 問について、茶色刷りの第 2 解答用紙には、第 4 問～第 6 問について解答しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号（表面 2 箇所、裏面 1 箇所）、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外にこれらを記入してはいけません。
- 6 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入しなさい。
- 7 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。また、解答用紙の欄外の余白には、何も書いてはいけません。
- 8 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 9 解答用紙は、持ち帰ってはいけません。
- 10 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。



# 計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

## 第 1 問

$S$  を中心  $O$ 、半径  $a$  の球面とし、 $N$  を  $S$  上の 1 点とする。点  $O$  において線分  $ON$  と  $\frac{\pi}{3}$  の角度で交わるひとつの平面の上で、点  $P$  が点  $O$  を中心とする等速円運動をしている。その角速度は毎秒  $\frac{\pi}{12}$  であり、また  $\overline{OP} = 4a$  である。点  $N$  から点  $P$  を観測するとき、 $P$  は見えはじめてから何秒間見えつづけるか。また  $P$  が見えはじめた時点から見えなくなる時点までの、 $\overline{NP}$  の最大値および最小値を求めよ。ただし球面  $S$  は不透明であるものとする。

# 計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

## 第 2 問

$x_1, x_2, \dots, x_n$  はおののおの  $0, 1, 2$  のどれかの値をとる。 $f_1 = \sum_{i=1}^n x_i, f_2 = \sum_{i=1}^n x_i^2$

のとき  $f_k = \sum_{i=1}^n x_i^k$  ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ) を  $f_1$  と  $f_2$  を用いて表せ。

# 計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

### 第 3 問

区間  $1 \leq x \leq 3$  において次のように定義された関数  $f(x)$  がある。

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (1 \leq x \leq 2). \\ x - 1 & (2 \leq x \leq 3). \end{cases}$$

いま実数  $a$  に対して、区間  $1 \leq x \leq 3$  における関数  $f(x) - ax$  の最大値から最小値を引いた値を  $V(a)$  とおく。このとき次の問に答えよ。

- (1)  $a$  がすべての実数にわたって動くとき、 $V(a)$  の最小値を求めよ。
- (2)  $V(a)$  の最小値を与えるような  $a$  の値を求めよ。

# 計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

## 第 4 問

平面上に 1 辺の長さが 1 の正方形  $S$  がある。この平面上で  $S$  を平行移動して得られる正方形で、点  $P$  を中心にもつものを  $T(P)$  とする。このとき、共通部分  $S \cap T(P)$  の面積が  $\frac{1}{2}$  以上となるような点  $P$  の存在範囲を図示せよ。またこの範囲の面積を求めよ。

# 計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

## 第 5 問

$t$  は 1 より大きい実数とする。 $xy$  平面上において, 不等式

(1)  $0 < x$

(2)  $\frac{t}{(1+t^2)x} \leq y \leq \frac{1}{1+x^2}$

を同時に満たす点  $(x, y)$  全体のつくる図形の面積を  $t$  の関数と考えて  $f(t)$  とおく。  
 $f(t)$  の導関数  $f'(t)$  を求めよ。

# 計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

## 第 6 問

$x$  のある 2 次関数のグラフが、原点において直線  $y = x$  に接するという。このグラフ上の点  $(u, v)$  における接線の傾きを  $u, v$  で表せ。ただし  $(u, v)$  は原点ではないとする。

# 計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

# 計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

# 計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

# 計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

# 計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

# 計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)







