

入 学 試 験 問 題



数 学 (理科)

(配点 120 点)

1972 年度 試験時間 150 分

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 2 枚の解答用紙が渡されますが、青色刷りの第 1 解答用紙には、第 1 問～第 3 問について、茶色刷りの第 2 解答用紙には、第 4 問～第 6 問について解答しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号（表面 2 箇所、裏面 1 箇所）、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外にこれらを記入してはいけません。
- 6 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入しなさい。
- 7 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。また、解答用紙の欄外の余白には、何も書いてはいけません。
- 8 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 9 解答用紙は、持ち帰ってはいけません。
- 10 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 1 問

空間に座標系が定められていて、 z 軸上に 2 点 $A(0, 0, 6)$, $B(0, 0, 20)$ が与えられている。 xy 平面上の点 $P(x, y, 0)$ で、 $0 \leq x \leq 15$, $0 \leq y \leq 15$, $\angle APB \geq 30^\circ$ を満たすものの全体が作る図形の面積を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 2 問

平面上の三角形 ABC において、頂点 A を通り辺 AB , AC に垂直な直線をそれぞれ h , k とする。 B の k に関する対称点を B' , C の h に関する対称点を C' とする。ベクトル $\mathbf{b} = \overrightarrow{AB}$, $\mathbf{c} = \overrightarrow{AC}$, $\mathbf{b}' = \overrightarrow{AB'}$, $\mathbf{c}' = \overrightarrow{AC'}$ の間に $\mathbf{b}' = \mathbf{b} + \mathbf{c}$, $\mathbf{c}' = m\mathbf{b} + \mathbf{c}$ (m は正の整数), $|\mathbf{b}| = 1$ が成り立つとき, m , $\angle BAC$ および $|\mathbf{c}|$ を求めよ。ただし $|\mathbf{a}|$ はベクトル $\mathbf{a}$ の長さを表す。また $0 < \angle BAC < \pi$ とする。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

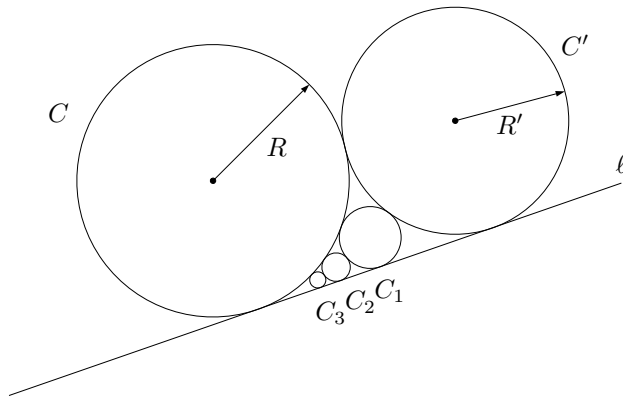
第 3 問

たがいに外接する定円 C , C' が共通接線 l の同じ側にあるとする。図のように

C , C' , l に接する円を C_1 , C , C_1 , l に接する円を C_2 , $\dots\dots$

C , C_{n-1} , l に接する円を C_n , $\dots\dots$

とする。このとき円 C_n の半径を r_n として、極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 r_n$ を、円 C の半径 R と円 C' の半径 R' とを用いて表せ。



計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 4 問

k を実数の定数, $f(x) = x^2(x+8)$, $g(x) = (x^2-1)(x+4)$ とするとき, x に関する方程式 $f(x) - kg(x) = 0$ の相異なる実根の個数を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 5 問

$h(x)$ は $-\infty < x < \infty$ で 2 回微分可能なある関数で, $f(x)$ がどのような一次関数であっても, $u(x) = \int_0^x h(t)f(t) dt + h(x) \int_x^1 f(t) dt$ とおけば,

$$(1) \quad \frac{d^2 u}{dx^2} = f(x)$$

および

$$(2) \quad u(0) = 0$$

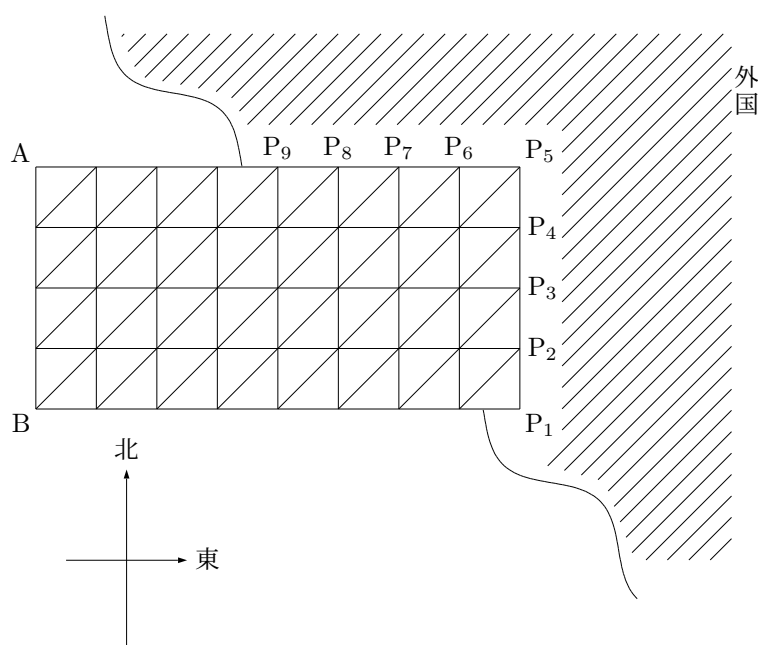
が成り立つ。このとき, $h(x)$ を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 6 問

図の長方形 ABP_1P_5 はある国境の町をあらわし、各線分は道路をあらわす。図の地点 $P_1, P_2, \dots, P_9$ には外国への通路が開かれている。いま、ある犯人が B から外国に向かって逃走しようとしているが、この犯人は P_j ($1 \leq j \leq 9$) 以外の各交差点 (B を含む) において、確率 $\frac{1}{2}$ ずつで真東または北東に通路をえらぶ。この犯人を捕まえるために 3 人の警官を P_j ($1 \leq j \leq 9$) のうちの適当な 3 地点に配置しようとする。どの 3 点に配置すれば、犯人を捕まえる確率 p が最大となるか。また、そのときの p の最大値を小数第 2 位まで求めよ。ただし、犯人は警官に出会わないで国境の地点に達すれば、無事に逃げおおせるものとする。



計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

