入 学 試 験 過 去 問 題

数　学

東京大学（文科）

対象年度： 2025 年

試験時間： 100 分

問題数： 4 問

配点： 80 点

第 1 問

a を正の実数とする。座標平面において，放物線 $C : y = x^2$ 上の点 $\left(a,\ a^2\right)$ における C の接線と直交し，P を通る直線を ℓ とおく。ℓ と C の交点のうち，P と異なる点を Q とおく。

(1) Q の x 座標を求めよ。

Q における C の接線と直交し，Q を通る直線を m とおく。m と C の交点のうち，Q と異なる点を R とおく。

(2) a がすべての正の実数を動くとき，R の x 座標の最小値を求めよ。

第　2　問

平面上で $\mathrm{AB} = \mathrm{AC} = 1$ である二等辺三角形 ABC を考える。正の実数 r に対し，A, B, C それぞれを中心とする半径 r の円 3 つを合わせた領域を D_r とする。ただし，この問いでは，三角形と円は周とその内部からなるものとする。辺 AB, AC, BC がすべて D_r に含まれるような最小の r を s，三角形 ABC が D_r に含まれるような最小の r を t と表す。

(1)　$\angle\mathrm{BAC} = \dfrac{\pi}{3}$ のとき，s と t を求めよ。

(2)　$\angle\mathrm{BAC} = \dfrac{2\pi}{3}$ のとき，s と t を求めよ。

(3)　$0 < \theta < \pi$ を満たす θ に対して，$\angle\mathrm{BAC} = \theta$ のとき，s と t を θ を用いて表せ。

第　3　問

白玉 2 個が横に並んでいる。投げたとき表と裏のでる確率がそれぞれ $\dfrac{1}{2}$ のコインを用いて，次の手順 $(*)$ をくり返し，白玉または黒玉を横一列に並べていく。

手順 $(*)$　コインを投げ，表がでたら白玉，裏がでたら黒玉を，それまでに並べられている一番右にある玉の右隣におく。そして，新しくおいた玉の色がその 1 つ左の玉の色と異なり，かつ 2 つ左の玉の色と一致するときには，新しくおいた玉の 1 つ左の玉を新しくおいた玉と同じ色の玉にとりかえる。

例えば，手順 $(*)$ を 2 回行いコインが裏，表の順にでた場合には，白玉が 4 つ並ぶ。正の整数 n に対して，手順 $(*)$ を n 回行った時点での $(n+2)$ 個の玉の並び方を考える。

(1)　$n=3$ のとき，右から 2 番目の玉が白玉である確率を求めよ。

(2)　n を正の整数とする。右から 2 番目の玉が白玉である確率を求めよ。

(3)　n を正の整数とする。右から 1 番目と 2 番目の玉がともに白玉である確率を求めよ。

第　4　問

a を実数とする。座標平面において，次の連立不等式の表す領域の面積を $S(a)$ とする。

$$\begin{cases} y \leqq -\dfrac{1}{2}x^2 + 2 \\ y \geqq |\,x^2 + a\,| \\ -1 \leqq x \leqq 1 \end{cases}$$

a が $-2 \leqq a < 2$ の範囲を動くとき，$S(a)$ の最大値を求めよ。