

入 学 試 験 問 題



数 学（文科）

（配点 80 点）

2010 年度 試験時間 100 分

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答用紙の指定欄に、受験番号（表面 2 箇所、裏面 1 箇所）、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外にこれらを記入してはいけません。
- 5 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入しなさい。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。また、解答用紙の欄外の余白には、何も書いてはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 解答用紙は、持ち帰ってはいけません。
- 9 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 1 問

O を原点とする座標平面上に点 A $(-3, 0)$ をとり, $0^\circ < \theta < 120^\circ$ の範囲にある θ に対して, 次の条件 (i), (ii) をみたす 2 点 B, C を考える。

- (i) B は $y > 0$ の部分にあり, $OB = 2$ かつ $\angle AOB = 180^\circ - \theta$ である。
- (ii) C は $y < 0$ の部分にあり, $OC = 1$ かつ $\angle BOC = 120^\circ$ である。ただし $\triangle ABC$ は O を含むものとする。

以下の問 (1), (2) に答えよ。

- (1) $\triangle OAB$ と $\triangle OAC$ の面積が等しいとき, θ の値を求めよ。
- (2) θ を $0^\circ < \theta < 120^\circ$ の範囲で動かすとき, $\triangle OAB$ と $\triangle OAC$ の面積の和の最大値と, そのときの $\sin \theta$ の値を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 2 問

2 次関数 $f(x) = x^2 + ax + b$ に対して

$$f(x+1) = c \int_0^1 (3x^2 + 4xt)f'(t) dt$$

が x についての恒等式になるような定数 a, b, c の組をすべて求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 3 問

2つの箱 L と R, ボール 30 個, コイン投げで表と裏が等確率 $\frac{1}{2}$ で出るコイン 1 枚を用意する。 x を 0 以上 30 以下の整数とする。L に x 個, R に $30 - x$ 個のボールを入れ, 次の操作 (#) を繰り返す。

(#) 箱 L に入っているボールの個数を z とする。コインを投げ, 表が出れば箱 R から箱 L に, 裏が出れば箱 L から箱 R に, $K(z)$ 個のボールを移す。ただし, $0 \leq z \leq 15$ のとき $K(z) = z$, $16 \leq z \leq 30$ のとき $K(z) = 30 - z$ とする。

m 回の操作の後, 箱 L のボールの個数が 30 である確率を $P_m(x)$ とする。たとえば $P_1(15) = P_2(15) = \frac{1}{2}$ となる。以下の問 (1), (2) に答えよ。

(1) $m \geq 2$ のとき, x に対してうまく y を選び, $P_m(x)$ を $P_{m-1}(y)$ で表せ。

(2) n を自然数とすると, $P_{2n}(10)$ を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 4 問

C を半径 1 の円周とし、 A を C 上の 1 点とする。3 点 P , Q , R が A を時刻 $t = 0$ に出発し、 C 上を各々一定の速さで、 P , Q は反時計回りに、 R は時計回りに、時刻 $t = 2\pi$ まで動く。 P , Q , R の速さは、それぞれ m , 1 , 2 であるとする。(したがって、 Q は C をちょうど一周する。) ただし、 m は $1 \leq m \leq 10$ をみたす整数である。 $\triangle PQR$ が PR を斜辺とする直角二等辺三角形となるような速さ m と時刻 t の組をすべて求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

