

入 学 試 験 問 題



数 学（文科）

（配点 80 点）

2007 年度 試験時間 100 分

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答用紙の指定欄に、受験番号（表面 2 箇所、裏面 1 箇所）、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外にこれらを記入してはいけません。
- 5 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入しなさい。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。また、解答用紙の欄外の余白には、何も書いてはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 解答用紙は、持ち帰ってはいけません。
- 9 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 1 問

連立不等式

$$y(y - |x^2 - 5| + 4) \leq 0, \quad y + x^2 - 2x - 3 \leq 0$$

の表す領域を D とする。

- (1) D を図示せよ。
- (2) D の面積を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

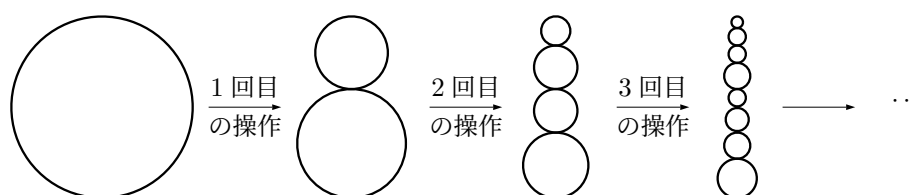
第 2 問

r は $0 < r < 1$ をみたす実数, n は 2 以上の整数とする。平面上に与えられた 1 つの円を, 次の条件 ①, ② をみたす 2 つの円で置き換える操作 (P) を考える。

- ① 新しい 2 つの円の半径の比は $r : 1 - r$ で, 半径の和はもとの円の半径に等しい。
- ② 新しい 2 つの円は互いに外接し, もとの円に内接する。

以下のようにして, 平面上に 2^n 個の円を作る。

- 最初に, 平面上に半径 1 の円を描く。
- 次に, この円に対して操作 (P) を行い, 2 つの円を得る (これを 1 回目の操作という)。
- k 回目の操作で得られた 2^k 個の円のそれぞれについて, 操作 (P) を行い, 2^{k+1} 個の円を得る ($1 \leq k \leq n - 1$)。



- (1) n 回目の操作で得られる 2^n 個の円の周の長さの和を求めよ。
- (2) 2 回目の操作で得られる 4 つの円の面積の和を求めよ。
- (3) n 回目の操作で得られる 2^n 個の円の面積の和を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 3 問

正の整数の下 2 桁とは, 100 の位以上を無視した数をいう。たとえば 2000, 12345 の下 2 桁はそれぞれ 0, 45 である。 m が正の整数全体を動くとき, $5m^4$ の下 2 桁として現れる数をすべて求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 4 問

表が出る確率が p , 裏が出る確率が $1-p$ であるような硬貨がある。ただし, $0 < p < 1$ とする。この硬貨を投げて, 次のルール (R) の下で, ブロック積みゲームを行う。

$$(R) \left\{ \begin{array}{l} \text{①} \quad \text{ブロックの高さは, 最初は } 0 \text{ とする。} \\ \text{②} \quad \text{硬貨を投げて表が出れば高さ } 1 \text{ のブロックを } 1 \text{ つ積み上げ,} \\ \quad \text{裏が出ればブロックをすべて取り除いて高さ } 0 \text{ に戻す。} \end{array} \right.$$

n を正の整数, m を $0 \leq m \leq n$ をみたす整数とする。

- (1) n 回硬貨を投げたとき, 最後にブロックの高さが m となる確率 p_m を求めよ。
- (2) (1) で, 最後にブロックの高さが m 以下となる確率 q_m を求めよ。
- (3) ルール (R) の下で, n 回の硬貨投げを独立に 2 度行い, それぞれ最後のブロックの高さを考える。2 度のうち, 高い方のブロックの高さが m である確率 r_m を求めよ。ただし, 最後のブロックの高さが等しいときはその値を考えるものとする。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

