

入 学 試 験 過 去 問 題

数 学

東京大学（文科）

対象年度： 2006 年

試験時間： 100 分

問題数： 4 問

配点： 80 点

第 1 問

四角形 ABCD が、半径 $\frac{65}{8}$ の円に内接している。この四角形の周の長さが 44 で、辺 BC と辺 CD の長さがいずれも 13 であるとき、残りの 2 辺 AB と DA の長さを求めよ。

第 2 問

コンピュータの画面に、記号 $\bigcirc$ と $\times$ のいずれかを表示させる操作をくり返し行う。このとき、各操作で、直前の記号と同じ記号を続けて表示する確率は、それまでの経過に関係なく、 p であるとする。

最初に、コンピュータの画面に記号 $\times$ が表示された。操作をくり返し行い、記号 $\times$ が最初のものも含めて 3 個出るよりも前に、記号 $\bigcirc$ が n 個出る確率を P_n とする。ただし、記号 $\bigcirc$ が n 個出た段階で操作は終了する。

- (1) P_2 を p で表せ。
- (2) P_3 を p で表せ。
- (3) $n \geq 4$ のとき、 P_n を p と n で表せ。

第 3 問

n を正の整数とする。実数 x, y, z に対する方程式

$$x^n + y^n + z^n = xyz \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

を考える。

- (1) $n = 1$ のとき、 $\textcircled{1}$ を満たす正の整数の組 (x, y, z) で、 $x \leq y \leq z$ となるものをすべて求めよ。
- (2) $n = 3$ のとき、 $\textcircled{1}$ を満たす正の実数の組 (x, y, z) は存在しないことを示せ。

第 4 問

θ は, $0^\circ < \theta < 45^\circ$ の範囲の角度を表す定数とする。 $-1 \leq x \leq 1$ の範囲で, 関数 $f(x) = |x+1|^3 + |x - \cos 2\theta|^3 + |x-1|^3$ が最小値をとるときの変数 x の値を, $\cos \theta$ で表せ。