

入 学 試 験 問 題 前

数 学（文科）

（配点 80 点）

2002 年度 試験時間 100 分

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答用紙の指定欄に、受験番号（表面 2 箇所、裏面 1 箇所）、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外にこれらを記入してはいけません。
- 5 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入しなさい。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。また、解答用紙の欄外の余白には、何も書いてはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 解答用紙は、持ち帰ってはいけません。
- 9 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 1 問

2つの放物線

$$y = 2\sqrt{3}(x - \cos \theta)^2 + \sin \theta$$

$$y = -2\sqrt{3}(x + \cos \theta)^2 - \sin \theta$$

が相異なる2点で交わるような θ の範囲を求めよ。

ただし、 $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ とする。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 2 問

n は正の整数とする。 x^{n+1} を $x^2 - x - 1$ で割った余りを

$$a_n x + b_n$$

とおく。

(1) 数列 $a_n, b_n, n = 1, 2, 3, \dots$ は

$$\begin{cases} a_{n+1} = a_n + b_n \\ b_{n+1} = a_n \end{cases}$$

を満たすことを示せ。

(2) $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して, a_n, b_n は共に正の整数で, 互いに素であることを証明せよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 3 問

2つの関数

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$$

$$g(x) = px^3 + qx^2 + rx$$

が次の5つの条件を満たしているとする。

$$f'(0) = g'(0), \quad f(-1) = -1, \quad f'(-1) = 0,$$

$$g(1) = 3, \quad g'(1) = 0$$

ここで、 $f(x)$ 、 $g(x)$ の導関数をそれぞれ $f'(x)$ 、 $g'(x)$ で表している。

このような関数のうちで、定積分

$$\int_{-1}^0 \{f''(x)\}^2 dx + \int_0^1 \{g''(x)\}^2 dx$$

の値を最小にするような $f(x)$ と $g(x)$ を求めよ。

ただし、 $f''(x)$ 、 $g''(x)$ はそれぞれ $f'(x)$ 、 $g'(x)$ の導関数を表す。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 4 問

円周上に m 個の赤い点と n 個の青い点を任意の順序に並べる。これらの点により、円周は $m + n$ 個の弧に分けられる。このとき、これらの弧のうち両端の点の色が異なるものの数は偶数であることを証明せよ。ただし、 $m \geq 1$, $n \geq 1$ であるとする。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

