# 入 学 試 験 過 去 問 題

# 数　学

# 東京大学（文科）

対象年度： 2001 年

試験時間： 100 分

問題数： 4 問

配点： 80 点

# 第 1 問

半径 $r$ の球面上に 4 点 A，B，C，D がある。四面体 ABCD の各辺の長さは,

$$\mathrm{AB} = \sqrt{3}, \quad \mathrm{AC} = \mathrm{AD} = \mathrm{BC} = \mathrm{BD} = \mathrm{CD} = 2$$

を満たしている。このとき $r$ の値を求めよ。

## 第　2　問

時刻 0 に原点を出発した 2 点 A，B が $xy$ 平面上を動く。点 A の時刻 $t$ での座標は $\left(t^2,\ 0\right)$ で与えられる。点 B は，最初は $y$ 軸上を $y$ 座標が増加する方向に一定の速さ 1 で動くが，点 C (0, 3) に到達した後は，その点から $x$ 軸に平行な直線上を $x$ 座標が増加する方向に同じ速さ 1 で動く。

$t > 0$ のとき，三角形 ABC の面積を $S(t)$ とおく。

(1)　関数

$$S(t) \qquad (t > 0)$$

のグラフの概形を描け。

(2)　$u$ を正の実数とするとき，$0 < t \leqq u$ における $S(t)$ の最大値を $M(u)$ とおく。関数

$$M(u) \qquad (u > 0)$$

のグラフの概形を描け。

## 第　3　問

コインを投げる試行の結果によって，数直線上にある 2 点 A，B を次のように動かす。

表が出た場合：　点 A の座標が点 B の座標より大きいときは，A と B を共に正の方向に 1 動かす。そうでないときは，A のみ正の方向に 1 動かす。

裏が出た場合：　点 B の座標が点 A の座標より大きいときは，A と B を共に正の方向に 1 動かす。そうでないときは，B のみ正の方向に 1 動かす。

最初 2 点 A，B は原点にあるものとし，上記の試行を $n$ 回繰り返して A と B を動かしていった結果，A，B の到達した点の座標をそれぞれ $a$，$b$ とする。

(1)　$n$ 回コインを投げたときの表裏の出方の場合の数 $2^n$ 通りのうち，$a = b$ となる場合の数を $X_n$ とおく。$X_{n+1}$ と $X_n$ の間の関係式を求めよ。

(2)　$X_n$ を求めよ。

# 第 4 問

白石 180 個と黒石 181 個の合わせて 361 個の碁石が横に一列に並んでいる。碁石がどのように並んでいても，次の条件を満たす黒の碁石が少なくとも一つあることを示せ。

その黒の碁石とそれより右にある碁石をすべて除くと，残りは白石と黒石が同数となる。ただし，碁石が一つも残らない場合も同数とみなす。