

入 学 試 験 過 去 問 題

数 学

東京大学（文科）

対象年度： 2000 年

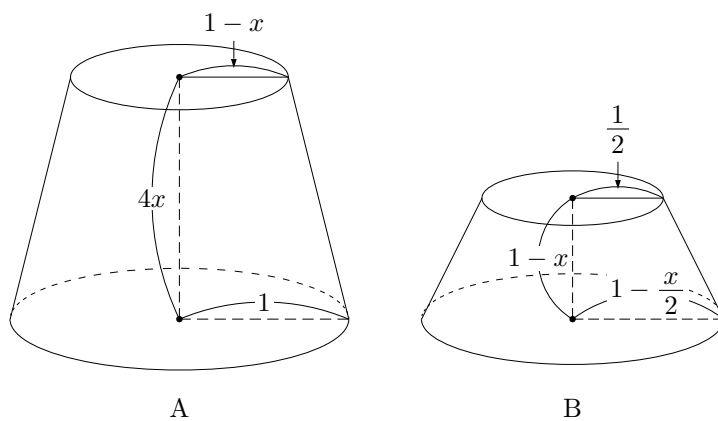
試験時間： 100 分

問題数： 4 問

配点： 80 点

第 1 問

図のように底面の半径 1 ，上面の半径 $1 - x$ ，高さ $4x$ の直円すい台 A と，底面の半径 $1 - \frac{x}{2}$ ，上面の半径 $\frac{1}{2}$ ，高さ $1 - x$ の直円すい台 B がある。ただし， $0 \leq x \leq 1$ である。A と B の体積の和を $V(x)$ とするとき， $V(x)$ の最大値を求めよ。



第 2 問

xy 平面内の領域

$$-1 \leq x \leq 1, \quad -1 \leq y \leq 1$$

において

$$1 - ax - by - axy$$

の最小値が正となるような定数 a, b を座標とする点 (a, b) の範囲を図示せよ。

第 3 問

正四面体の各頂点を A_1, A_2, A_3, A_4 とする。ある頂点にいる動点 X は、同じ頂点にとどまることなく、1 秒ごとに他の 3 つの頂点に同じ確率で移動する。 X が A_i に n 秒後に存在する確率を $P_i(n)$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) で表す。

$$P_1(0) = \frac{1}{4}, \quad P_2(0) = \frac{1}{2}, \quad P_3(0) = \frac{1}{8}, \quad P_4(0) = \frac{1}{8}$$

とすると、 $P_1(n)$ と $P_2(n)$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) を求めよ。

第 4 問

複素数平面上の原点以外の相異なる 2 点 $P(\alpha)$, $Q(\beta)$ を考える。 $P(\alpha)$, $Q(\beta)$ を通る直線を l , 原点から l に引いた垂線と l の交点を $R(w)$ とする。ただし, 複素数 γ が表す点 C を $C(\gamma)$ とかく。このとき,

「 $w = \alpha\beta$ であるための必要十分条件は, $P(\alpha)$, $Q(\beta)$ が中心 $A\left(\frac{1}{2}\right)$, 半径 $\frac{1}{2}$ の円周上にあることである。」

を示せ。