

入学試験過去問題

数 学

東京大学（文科）

対象年度：1990 年

試験時間：100 分

問題数：4 問

配点：80 点

第 1 問

V を一辺の長さが 1 の正 8 面体, すなわち xyz 空間において $|x| + |y| + |z| \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$ をみたす点 (x, y, z) の集合と合同な立体とする。

- (1) V の一つの面と平行な平面で V を切ったときの切り口の周の長さは一定であることを示せ。
- (2) 一辺の長さが 1 の正方形の穴が空いた平面がある。 V をこの平面にふれることなく穴を通過させることができるか。結論と理由を述べよ。

第 2 問

3 次方程式 $x^3 + 3x^2 - 1 = 0$ の一つの解を α とする。

- (1) $(2\alpha^2 + 5\alpha - 1)^2$ を $a\alpha^2 + b\alpha + c$ の形の式で表せ。ただし a, b, c は有理数とする。
- (2) 上の 3 次方程式の α 以外の二つの解を (1) と同じ形の式で表せ。

第 3 問

a, b, c を整数, p, q, r を $p < 0 < q < 1 < r < 2$ をみたす実数とする。関数

$$f(x) = x^4 + ax^3 + bx + c$$

が次の条件 (i), (ii) をみたすように a, b, c, p, q, r を定めよ。

- (i) $f(x) = 0$ は 4 個の相異なる実数解をもつ。
- (ii) 関数 $f(x)$ は $x = p, q, r$ において極値をとる。

第 4 問

平面 π の上に等辺の長さが 1 であるような直角二等辺三角形がある。 π 上の直線でこの直角二等辺三角形と頂点または一辺のみを共有するものを軸として、その三角形を回転させるときできる立体の体積の最大値，最小値を求めよ。