

入学試験過去問題

数 学

東京大学（文科）

対象年度：1988年

試験時間：100分

問題数：4問

配点：80点

第 1 問

直線 l 上に 10 メートル離れた 2 定点 A , B があり, l に平行な直線 m 上を点 P が秒速 1 メートルで一定の向きに動いている。 A , P 間の距離と B , P 間の距離の和は, ある時刻に測ったとき 15 メートル, その 5 秒後に測ったときも 15 メートルであった。2 直線 l , m のあいだの距離は何メートルか。

第 2 問

xy 平面上の一次変換 f が次の 3 条件をみたすとする。

- (i) 点 $(1, 0)$ は f により第 4 象限の内部にうつる。
- (ii) 点 $(0, 1)$ は f により第 2 象限の内部にうつる。
- (iii) 点 $(1, 1)$ は f により第 1 象限の内部にうつる。

このとき f には逆変換が存在することを示せ。また、点 P の像 $f(P)$ が第 1 象限の内部にあれば、点 P も第 1 象限の内部にあることを示せ。

第 3 問

xyz 空間において次の 6 個の不等式で表される立体の体積を求めよ。

$$x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad z \geq 0, \quad x + y + z \leq 3, \quad x + 2z \leq 4, \quad y - z \leq 1$$

第 4 問

$f(x) = x^3 - x^2$ とする。曲線 $y = f(x)$ 上の点 $A(1, 0)$ における接線が再びこの曲線と交わる点を B とする。曲線 $y = ax^2 + bx + c$ と曲線 $y = f(x)$ が点 A, B を共有し、さらに A と B のあいだにもうひとつの共有点をもつとき、この 2 曲線のかこむ部分の面積を求めよ。また、その面積が最小となるように a, b, c を定めよ。