

入学試験過去問題

数 学

東京大学（文科）

対象年度：1985 年

試験時間：100 分

問題数：4 問

配点：80 点

第 1 問

a, b は $a^2 + b^2 \neq 0$ なる実数とし, $A = \frac{1}{a^2 + b^2} \begin{pmatrix} a^2 & ab \\ ab & b^2 \end{pmatrix}$, $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ とおく。行列 A^3 , $(I - A)^2$ の表す一次変換による点 $P(x, y)$ の像を, それぞれ Q, R とする。ただし, Q, R はいずれも P と一致しないものとする。

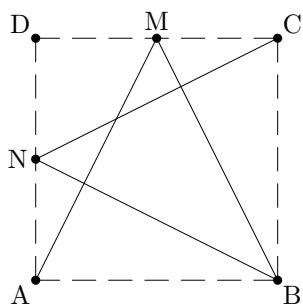
- (1) $\angle QPR$ の大きさを求めよ。
- (2) $\triangle PQR$ の面積を a, b, x, y を用いて表せ。

第 2 問

図において、 $ABCD$ は一辺の長さ 1 km の正方形で、 M 、 N はそれぞれ辺 CD 、 DA の中点である。

いま、甲、乙は同時刻にそれぞれ A 、 B を出発し、同じ一定の速さで歩くものとする。甲は図の実線で示した道 AMB 上を進み、乙は実線で示した道 BNC 上を進み、30 分後に甲は B に、乙は C に到着した。

甲、乙が最も近づいたのは出発後何分後か、また、そのときの両者の間の距離はいくらか。



第 3 問

n を 2 以上の整数とする。 $x^n + ax + b$ (a, b は実数の定数) の形の多項式 $f(x)$ で

$$\int_{-1}^0 f(x) dx = 0, \quad \int_{-1}^1 f(x) dx = 0$$

を満たすものを求めよ。この $f(x)$ に対して $F(x) = \int_{-1}^x f(t) dt$, $G(x) = \int_{-1}^x F(t) dt$ とおく。 $G(x)$ が極大または極小となる点 x と, その点における $G(x)$ の値を求めよ。

第 4 問

t を正の数とする。 xyz 空間において、点 $(t, t, 0)$ を P とし、 x 軸を含み点 $(t, t, 1)$ を通る平面に関して P と対称な点を Q 、 y 軸を含み点 $(t, t, 1)$ を通る平面に関して P と対称な点を R とする。また、原点を O とする。

- (1) Q, R の座標を求めよ。
- (2) 4 点 O, P, Q, R を頂点とする 4 面体の体積を求めよ。