

入学試験過去問題

数 学

東京大学（文科）

対象年度：1984年

試験時間：100分

問題数：4問

配点：80点

第 1 問

t を実数の定数として、関数 $f(x) = (x^2 - 3x + 2)(x - t)$ を考える。いま $f'(x) = 0$ の 2 個の解を α, β ($\alpha < \beta$) と書くことにすれば、これらは t の関数とみなすことができる。 t の関数 $|t - \alpha| + |t - \beta|$ の $1 \leq t \leq 3$ の範囲における最大値および最小値を求めよ。

第 2 問

xy 平面上に、海を隔てて 2 国 A, B がある。A の領土は不等式 $x^2 + (y - 7)^2 \leq 4$ で表される領域であり、B の領土は不等式 $y \leq 0$ で表される領域であるという。

いま A の領海を次の 3 条件 (1), (2), (3) を満たす点 P 全体の集合と定める。

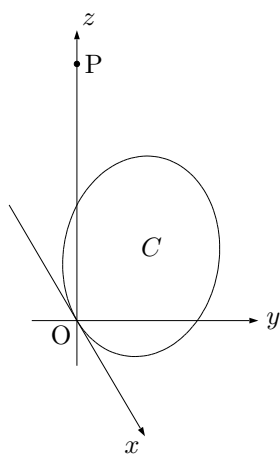
- (1) P は A, B いずれの領土にも含まれない。
- (2) P と A の領土との間の最短距離は 4 より小さい。
- (3) P と A の領土との間の最短距離は、P と B の領土との間の最短距離より小さい。

A の領海の面積を求めよ。

第 3 問

空間内の点の集合 $\{(x, y, z) \mid 0 \leq y, 0 \leq z\}$ に含まれ、原点 O において x 軸に接し、 xy 平面と 45° の傾きをなす、半径 1 の円板 C がある。座標が $(0, 0, 2\sqrt{2})$ の位置にある点光源 P により、 xy 平面上に投ぜられた円板 C の影を S とする。

- i) S の輪郭を表す xy 平面上の曲線の方程式を求めよ。
- ii) 円板 C と影 S の間にはさまれ、光の届かない部分の作る立体の体積を求めよ。



第 4 問

各世代ごとに、各個体が、他の個体とは独立に、確率 p で 1 個、確率 $1 - p$ で 2 個の新しい個体を次の世代に残し、それ自身は消滅する細胞がある。いま、第 0 世代に 1 個であった細胞が、第 n 世代に m 個となる確率を、 $P_n(m)$ とかくことにしよう。

n を自然数とすると、 $P_n(1)$, $P_n(2)$, $P_n(3)$ を求めよ。

