

入学試験過去問題

数 学

東京大学（文科）

対象年度：1983年

試験時間：100分

問題数：4問

配点：80点

第 1 問

行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ が表す xy 平面の 1 次変換 f が、次の条件 (1), (2) をみたすとする。

(1) f は、任意の三角形をそれと相似な三角形にうつす。

(2) f は、点 $(1, \sqrt{3})$ を点 $(-2, 2\sqrt{3})$ にうつす。

このような行列 A をすべて求めよ。

第 2 問

傾いた平面上で、もっとも急な方向の勾配（傾き）が $\frac{1}{3}$ であるという。いま南北方向の勾配を測ったところ $\frac{1}{5}$ であった。東西方向の勾配はどれだけか。

第 3 問

xy 平面上で、曲線 $C: y = x^3 + ax^2 + bx + c$ 上の点 P における接線 l が、 P と異なる点 Q で C と交わるとする。 l と C で囲まれた部分の面積と、 Q における接線 m と C で囲まれた部分の面積の比を求め、これが一定であることを示せ。

第 4 問

直線上に、赤と白の旗をもった何人かの人が、番号 $0, 1, 2, \dots$ をつけて並んでいる。番号 0 の人は、赤と白の旗を等しい確率で無作為にあげるものとし、他の番号 j の人は、番号 $j - 1$ の人のあげた旗の色を見て、確率 p で同じ色、確率 $1 - p$ で異なる色の旗をあげるものとする。

このとき、番号 0 の人と番号 n の人が同じ色の旗をあげる確率 P_n を求めよ。