

入学試験過去問題

数 学

東京大学（文科）

対象年度：1982年

試験時間：100分

問題数：4問

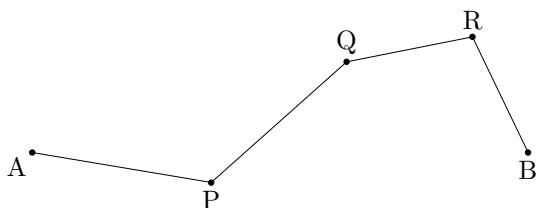
配点：80点

第 1 問

平面上に 2 定点 A, B があり, 線分 AB の長さ $\overline{AB}$ は $2(\sqrt{3} + 1)$ である。この平面上を動く 3 点 P, Q, R があって, つねに

$$\overline{AP} = \overline{PQ} = 2, \quad \overline{QR} = \overline{RB} = \sqrt{2}$$

なる長さを保ちながら動いている。このとき, 点 Q が動きうる範囲を図示し, その面積を求めよ。



第 2 問

xy 平面上の曲線 $y = x^2$ 上の 3 点を, x 座標の小さいものから順に A, B, C とする。A と B との x 座標の差は a (a は正の定数), B と C との x 座標の差は 1, という関係を保ちながら 3 点 A, B, C が動く。

$\angle CAB$ が最大になるときの, 点 A の x 座標を a で表せ。また, $\angle CAB$ が最大になるときに, $\angle ABC$ が直角になるような a の値を求めよ。

第 3 問

a, b を整数として、 x の 4 次方程式 $x^4 + ax^2 + b = 0$ の 4 つの解を考える。いま、4 つの解の近似値 $-3.45, -0.61, 0.54, 3.42$ がわかっていて、これらの近似値の誤差の絶対値は 0.05 以下であるという。真の解を小数第 2 位まで正しく求めよ。

第 4 問

$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ とおく。 xy 平面において, $(1, 1)$ を座標とする点 P_0 から始めて, 点列 $P_0, P_1, P_2, \dots$ をつぎのような手続きで作っていく。 P_n の座標を (x_n, y_n) とするとき,

(イ) $x_n + y_n \geq \frac{1}{100}$ のときは, (x_{n+1}, y_{n+1}) を $\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$ または $\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = B \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$ のどちらかが成り立つように決める。

(ロ) $x_n + y_n < \frac{1}{100}$ のときは, (x_{n+1}, y_{n+1}) を $\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$ によって決める。

このようにするといろいろな点列ができるが, それらについてつぎの問に答えよ。

- (1) P_2 として可能な点をすべて求め, 図示せよ。
- (2) $x_n + y_n$ を n で表せ。
- (3) P_{10} として可能な点は何個あるか。